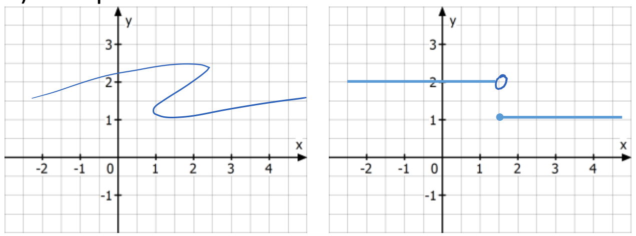
## Standardaufgaben

1. Gehört die Zuordnung zu einer Funktion? Begründe!
   a) Ort auf Rennstrecke ↦ Geschwindigkeit
   b) Quersumme einer Zahl ↦ Zahl
   c) Zeit ↦ Füllhöhe eines Heizungstanks
   d) Graphen:




2. Berechne die Funktionswerte für $x \in \{-2; 0; 1{,}5; 7\}$ zur Funktion $f(x) = -2x^2 + 4$
3. Bestimme die passende Funktion zu folgender Wertetabelle:

| x | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| y | 4 | 6 | 8 | 10 |

4. Berechne den Flächeninhalt eines Kreises mir r=7 cm!

## Grundwissen M8

**A.1 Die Funktion**

Eine Funktion ist eine ***eindeutige Zuordnung***. („Jedem x-Wert wird ***genau ein*** y-Wert zugeordnet“)

<u>Funktion *f*:</u>

$f\colon\ x \mapsto y$ **Zuordnungsvorschrift**

$f(x)$ $\quad z.B.\ f(x) = 2x + 3$

Funktionsterm

$\underbrace{y = f(x)}$ $\quad z.B.\ \underbrace{y = 2x + 3}$

Funktionsgleichung

$D_f$ und $W_f$ **Definitions- und Wertemenge**

Darstellung durch **Wertetabellen**, **Pfeildiagramme** und **Graphen**

## Beispiele

Zuordnung „Tagestemperatur“:

*f: Tageszeit ↦ Temperatur*

„zu einer bestimmten Tageszeit herrscht (an einem festen Ort) genau eine Temperatur“

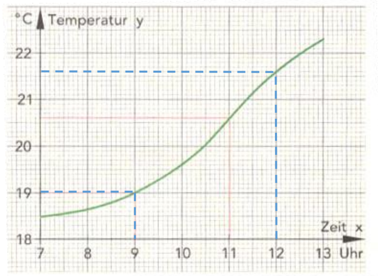
⇒ eindeutig

⇒ Funktion

9 h ↦ 19°C

12 h ↦ 21,6°C

*f(10h)=19,6°C*




**Die Kreisfläche**

Der Flächeninhalt *A* ist eine quadratische Funktion des Radius r: $\boldsymbol{A(r) = \pi \cdot r^2}$

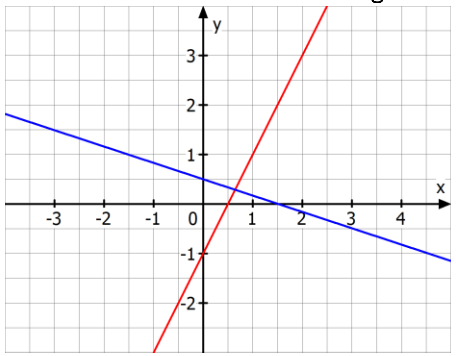
| Radius r/cm | 1 | 3 | 9 |
|---|---|---|---|
| Kreisfläche A/cm² | 3,14 | 28,26 | 254,34 |

---

## Standardaufgaben

5. Geg.: Funktion $y = -1{,}5x + 2{,}5$
   a) Zeichne den Graph mit Hilfe eines Steigungsdreiecks und lege eine Wertetabelle für $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$ an.
   b) Berechne die Schnittpunkte mit beiden Achsen!

6. Gib zu beiden Geraden die Funktionsgleichung an:




7. Bestimme die Gleichung der linearen Funktion, deren Graph durch die Punkte A$(-18/17)$ und B$(18/-13)$ geht.

## Grundwissen M8

**A.2 Lineare Funktionen**

Funktionsgleichung:

$$f(x) = mx + t$$

Steigung y-Achsenabschnitt

$$m = \frac{Höhenzuwachs}{waagrechte\ Veränderung}$$

Liegen $P(x_P/y_P)$ und $Q\left(x_Q/y_Q\right)$ auf der Geraden, so gilt:

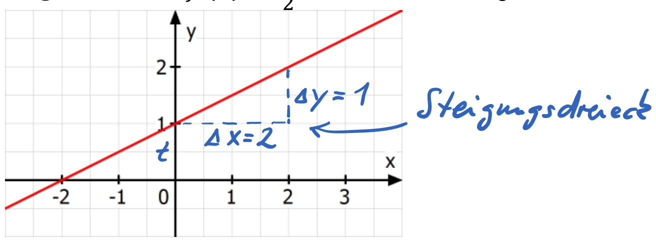
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$$

Schnittpunkte mit den Achsen:

- $S_x(x_N/0)$ $\quad x_N$ heißt dann Nullstelle. Berechnung über $f(x_N) = 0$
- $S_y(0/t)$

## Beispiele

Geg.: Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ mit $D = \mathbb{Q}$




Schnittpunkte mit den Achsen:

- Nullstelle $\frac{1}{2}x + 1 = 0 \Rightarrow x = -2$

$S_x(-2\ /\ 0)$ und $S_y(0/1)$ y-Abschnitt

Geg.: $P(-3/4)$ und $Q(5/-2)$. Berechne die lineare Funktion, deren Graph durch $P$ und $Q$ geht.

$$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = \frac{-2 - 4}{5 - (-3)} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$$

$P_1$ in $y = -\frac{3}{4}x + t$ einsetzen: $4 = -\frac{3}{4}(-3) + t$

$\Rightarrow\ t = 1\frac{3}{4} \quad \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x + 1\frac{3}{4}$

8. Sind folgende Zuordnungen direkt proportional? Begründe!
   a) Anzahl von Kisten ↦ Höhe eines Stapels dieser Kisten
   b) Gewicht eines Briefs ↦ Porto (Briefmarke) fürs Verschicken
9. Vier Kiwis kosten 1,20 €, wieviel kosten 13 Kiwis?
10. An der Tankstelle steht: 1,30 €/l für Benzin. Wieviel kosten 45 l, wieviel 60 l? Stelle den Zusammenhang Benzinmenge und Preis grafisch dar!

**Direkte Proportionalität** als lineare Funktion:
**Funktionsgleichung** $\boldsymbol{y = mx}$ (mit t = 0)
Merkmale einer direkten Proportionalität:
- Graph ist **Ursprungsgerade**.
- „jedem **n-fachen** Wert der einen Größe wird der **n-fache** Wert der anderen Größe zugeordnet“
- Wertepaare sind **quotientengleich**:
$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = m$ mit konstantem $m$

*Berechnung des Kreisumfangs:*
„zu jedem Radius gibt es genau einen Umfang des Kreises“ ⇒ eindeutig ⇒ Funktion
$u\colon\ Radius \mapsto Umfang$
$\boldsymbol{u(r) = 2\pi \cdot r} = \pi \cdot d$
-„Bei **Verdopplung** des Radius **verdoppelt sich auch** der Umfang“

$\cdot 2$

| r/cm | 3 | 6 | 18 |
|---|---|---|---|
| U/cm | 18,85 | 37,70 | 113,10 |

$\cdot 2$

11. Ein Gasthaus hat nur Einzel- und Doppelzimmer. Es gibt 78 Zimmer mit insgesamt 119 Betten. Wie viele Einzel- und Doppelzimmer gibt es? Löse mithilfe eines Gleichungssystems!

12. Eine zweistellige Zahl wird um 9 größer, wenn man ihre Ziffern vertauscht. Ihre Zehnerziffer ist halb so groß wie ihre Einerziffer. Wie heißt die Zahl? Löse mithilfe eines Gleichungssystems!

13. Ermittle grafisch und rechnerisch jeweils die Lösungsmenge!

   a) $(I)\ \ 2y - x = 1$
   $(II)\ y = \frac{1}{2}x - 4$

   b) $(I)\ \ 2y - 3x = -2$
   $(II)\ 2y + 2x = 8$

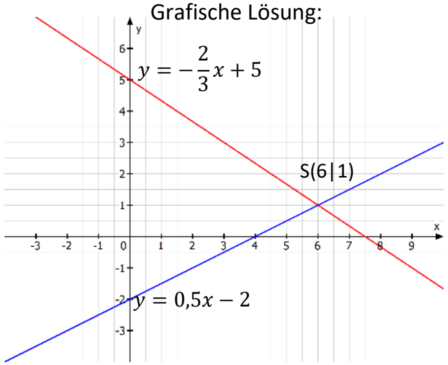
   c) $(I)\ \ y - 2x = 1{,}5$
   $(II)\ 3 + 4x = 2y$

**A.3 Lineare Gleichungssysteme**

$(I)\qquad \frac{2}{3}x + y = 5$

$(II) - 0{,}5x + y = -2$

Grafische Lösung:




Lösung
$L = \{(6|1)\}$
↑
Zahlenpaar!

Alle Zahlenpaare, die beide Gleichungen erfüllen, gehören zur **Lösungsmenge**.
Ein lineares Gleichungssystem kann entweder **genau eine, keine oder unendlich viele Lösungen** haben!
Grafisch gesehen bedeutet das:
Die Geraden der beiden Gleichungen **schneiden sich (eine Lösung: S($x_s$/$y_s$))**, sie liegen **parallel zueinander (keine Lösung)** oder sie **liegen aufeinander** (**unendlich viele Lösungen).**
Es gibt drei Lösungsverfahren:
- **Additionsverfahren**
- **Einsetzverfahren**
- **Gleichsetzverfahren**

(vgl. Beispiele nebenan)

**Additionsverfahren:**

$(I)\ -3x + 4y = 20$
$(II)\quad 3x + 5y = -2$

$\boldsymbol{(I) + (II)}\quad -3x + 4y + (3x + 5y) = 20 + (-2)$
$9y = 18\ |:9$
$y = 2$
$y$ in $(II)$: $3x + 5 \cdot 2 = -2\ | - 10$
$3x = -12$
$x = -4 \qquad L = \{(-4|2)\}$

**Einsetzverfahren:**

$(I)\quad x - 2y = 5$
$(II)\ 5x - 3y = 11$

$(I)'\qquad x = 5 + 2y$
$\boldsymbol{(I)'\ in\ (II)}\ \ 5 \cdot (5 + 2y) - 3y = 11$
$25 + 7y = 11$
$7y = -14$
$y = -2$
$y$ in $(I)'\qquad x = 5 + 2 \cdot (-2)$
$x = 1 \qquad L = \{(1|-2)\}$

**Gleichsetzverfahren:**

$(I)\quad y = 2x - 4$
$(II)\quad y = 11 - 3x$

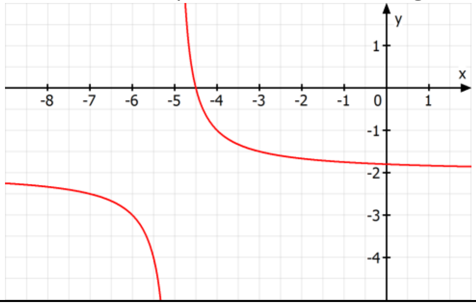
$\boldsymbol{(I) = (II)}\ \ 2x - 4 = 11 - 3x$
$5x = 15$
$x = 3$
$x$ in $(I)\qquad y = 2 \cdot 3 - 4$
$y = 2 \qquad L = \{(3|2)\}$

14. Sind folgende Zuordnungen indirekt proportional? Begründe!
    a) Seitenlänge eines Quadrats $\mapsto$ Flächeninhalt des Quadrats
    b) Kraft (Gewicht) $\mapsto$ Abstand vom Drehpunkt einer Wippe (Wippe bleibt im Gleichgewicht)

15. Asterix und Obelix sitzen auf einer Wippe. Obelix wiegt 4x so viel wie Asterix, der ein Gewicht von 45 kg hat. Die Wippe ist insgesamt 6,00 m lang. Wo muss Obelix sitzen, wenn Asterix ganz außen sitzt und die Wippe sich im Gleichgewicht befindet?

16. Gib zu den folgenden Funktionen die Definitionsmengen an und zeichne die Graphen mit Hilfe der Asymptoten in ein geeignetes KOS:
    a) $g(x) = \frac{1}{x-3} - 1{,}5$
    b) $h(x) = \frac{-1}{x+1} + 2$

17. Bestimme die passende Funktionsgleichung:




**B.1 Bruchfunktionen**

**Indirekte Proportionalität** als Bruchfunktion (Variable, hier x, steht im Nenner!):

**Funktionsgleichung** $y = \frac{c}{x}$ mit $D_f = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

Merkmale einer direkten Proportionalität:
- Graph ist **Hyperbel**.
- „jedem ***n-fachen*** Wert der einen Größe wird der ***n-te Teil*** ($\frac{1}{n}$-fache) der anderen Größe zugeordnet“
- Wertepaare sind **produktgleich**:
  $x_1 y_1 = x_2 y_2 = c$ mit konstantem $c$

**Allgemeine Bruchfunktionen** (mit einer 1 im Zähler)

$f(x) = \frac{\pm 1}{x-a} + b$ mit $D = \mathbb{Q} \setminus \{a\}$

Der Graph ist eine **Hyperbel**.
**Senkrechte Asymptote:** x = a (**Definitionslücke**, Verschiebung nach rechts/links)
**Waagrechte Asymptote:** y = b (Verschiebung nach oben/unten)
Für $-$**1 im Zähler** gilt: **Spiegelung** an der waagrechten Asymptote (Graph liegt im II. und IV. Quadranten des Asymptotenkreuzes).

Zusammenhang Geschwindigkeit und benötigte Zeit bei gleicher Strecke:

z. B.: $t = \frac{3\,km}{v}$ mit $t > 0$

Indirekt proportional, da bei einer **Verdopplung** der Geschwindigkeit nur die **Hälfte** der Zeit für die gleiche Strecke benötigt wird.

Produktgleich:

$t \cdot v = 3km$ konstant

$0{,}5h \cdot \frac{6km}{h} = 3km$

$6min \cdot 30km/h = 3km$

Beispiele Bruchfunktionen:

$f_1(x) = \frac{1}{x-2} + 1$ Verschiebung um 1 nach oben

für $x = 2$ wird der Nenner 0 ! ⇒ waagr. Asy. y=1

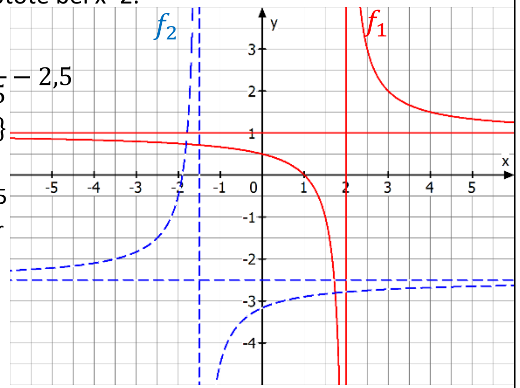
$\Rightarrow D = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$

⇒ senkr. Asymptote bei x=2.

$f_2(x) = \frac{-1}{x+1{,}5} - 2{,}5$

$D = \mathbb{Q} \setminus \{-1{,}5\}$

senkr. Asy. x=-1,5
waagr. Asy. y=-2,5
Spiegelung an der waagr. Asy.




18. Vereinfache so weit wie möglich!
    a) $\frac{-18a^3b}{-27ab^3}$
    b) $\frac{xy+y}{xy}$

19. Fasse zu einem Bruch zusammen und vereinfache!
    a) $\frac{a+1}{a^2} - \frac{1}{a}$
    b) $\frac{2x}{y-x} + 1$
    c) $\frac{6}{2(a-b)} + \frac{a+b}{ab} - \frac{3}{a-b}$

**B.2 Bruchterme und Bruchgleichungen**

**Bruchterme:** Differenz $\xrightarrow{\text{faktorisieren}}$ Produkt → kürzen!

$$\frac{x^2 - 4x}{6x} = \frac{x \cdot x - 4 \cdot x}{6 \cdot x} = \frac{(x-4) \cdot x}{6 \cdot x} = \frac{x-4}{6}$$

**In Summen und Differenzen** darf **nicht gekürzt** werden.
Deswegen: **Faktorisieren** (z. B. durch Ausklammern)

Zum **Addieren/Subtrahieren** Brüche **gleichnamig** machen (⇒ „auf den **Hauptnenner** bringen“):

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1 \cdot y}{x \cdot y} + \frac{1 \cdot x}{y \cdot x} = \frac{y}{xy} + \frac{x}{xy} = \frac{y+x}{xy}$$

Vereinfache: $\frac{ax-bx}{ax+bx} = \frac{(a-b)\cdot x}{(a+b)\cdot x} = \frac{a-b}{a+b}$

$$\frac{15a^2bc^2}{25abc^3} = \frac{3 \cdot 5 \cdot a^2 \cdot b \cdot c^2}{5 \cdot 5 \cdot a \cdot b \cdot c^3} = \frac{3 \cdot a}{5 \cdot c} = \frac{3a}{5c}$$

Fasse zusammen:

$$1 + \frac{5}{x} = \frac{x}{x} + \frac{5}{x} = \frac{x+5}{x}$$

$$\frac{1}{a+b} - \frac{1}{a-b} = \frac{1 \cdot (a-b) - 1 \cdot (a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a-b-a-b}{(a+b)(a-b)} = \frac{-2b}{a^2 - ab + ab - b^2} = \frac{-2b}{a^2 - b^2}$$

20. Löse die Gleichungen! Beachte die Definitionsmenge!
    a) $24 = \frac{6}{x}$
    b) $8 + \frac{1}{y} = \frac{5}{y}$
    c) $\frac{1}{x+2} = \frac{-1}{x-5{,}5}$
    d) $\frac{4}{x-1} = \frac{1}{x+2}$
    e) $\frac{2x}{x+1} = \frac{3}{x-1} + 2$

21. Die Linsenformel beschreibt den Zusammenhang zwischen der Brennweite f, der Gegenstandweite g und der Bildweite b bei einer Linse: $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$.
    a) Löse die Linsenformel nach g auf, indem du mit dem Hauptnenner durchmultiplizierst!
    b) Berechne g für den Fall, dass f = 20 cm und b = 1,2 m.

22. Löse die Flächenformel für ein Trapez nach a auf:

$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

**Bruchgleichungen:**
Eine Gleichung, in der mindestens ein Bruchterm (Variable im Nenner) vorkommt, heißt Bruchgleichung.

$$\frac{1}{x-4} = -\frac{1}{x-2} \quad \text{mit } D = \mathbb{Q} \setminus \{2; 4\}$$

a) **Grafische Lösung** (siehe nebenan!)
b) **Lösung durch Rechnung**

$$\frac{1}{x-4} = -\frac{1}{x-2} \quad | \cdot (x-4)(x-2) \quad \textbf{\textit{Mit HN multipl.}}$$
$$\frac{(x-4)(x-2)}{x-4} = -\frac{(x-4)(x-2)}{x-2} \quad \textbf{\textit{Kürzen!}}$$
$$x-2 = -(x-4) \quad \textbf{\textit{Vereinfachen!}}$$
$$x-2 = -x+4 \quad |+x+2 \quad \textbf{\textit{Nach x auflösen!}}$$
$$2x = 6$$
$$x = 3$$
$$3 \in D \Rightarrow L = \{3\}$$

**Probe:**
$x = 3$ einsetzen!

$$\frac{1}{3-4} = -\frac{1}{3-2}$$
$$-1 = -1$$

Kürzer: **Überkreuzmultiplizieren**:

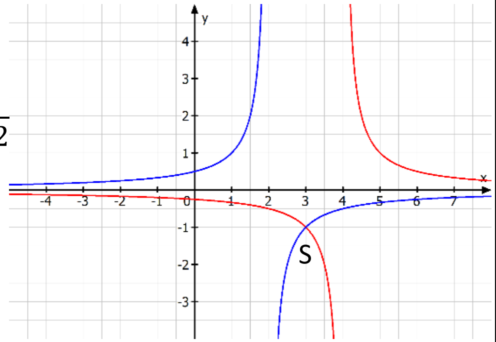
$$\frac{1}{x-4} = \frac{1}{x-2}$$

***Voraussetzung: Auf beiden Seiten steht ein Bruch!***

$$x-2 = -(x-4)$$

**Beispiel zur grafischen Lösung:**
Betrachte beide Seiten der Gleichung als Funktionen:

$$f(x) = \frac{1}{x-4}$$
$$g(x) = -\frac{1}{x-2}$$




Schnittpunkt S(3|-1)
=> x = 3 ist Lösung der Gleichung.

**Beispiele zur rechnerischen Lösung:**
**a) Beispiel Überkreuzmultiplizieren**

$$\frac{4}{x-6} = \frac{1}{x} \qquad D = \mathbb{Q} \setminus \{0; 6\}$$
$$4 \cdot x = 1 \cdot (x-6)$$
$$4x = x - 6 \quad | -x$$
$$3x = -6$$
$$x = -2 \qquad -2 \in D \Rightarrow L = \{-2\}$$

**b) Beispiel Mit HN multiplizieren**

$$\frac{1}{x} + 5 = \frac{2}{x} \quad | \cdot x \quad D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$$
$$1 + 5x = 2$$
$$5x = 1$$
$$x = \frac{1}{5} \qquad \frac{1}{5} \in D \Rightarrow L = \left\{\frac{1}{5}\right\}$$

23. Fasse soweit wie möglich zusammen!

a) $7ab^{-2} \cdot (2a^{-1}b^{-3} - 3a^{-6}b^2)$

b) $\frac{1}{3}x \cdot \frac{1}{4}x^{-2} - \frac{1}{6}x^{-1}$

c) $-x^{-2} - \frac{x^2}{x^4}$

d) $3b^2(2b - 4b^{-2})$

e) $(8x^2 + 4x) : x^{-2}$

f) $(2a)^{-3} - \frac{2}{a^3}$

g) $(x^3 - x^2 + x - 1) \cdot x^{-3}$

h) $-3(ax^3)^2$

i) $3(-a^2x)^3$

j) $(27a^2) : (9a^{-1})$

k) $\left(\frac{x^3y^4}{y^{-5}x^2}\right)^{-2}$

l) $\frac{xy}{x^3y^{-2}} : \frac{x^7y^{-3}}{xy^{-4}}$

## C. Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

Der Ausdruck **$a^n$** heißt **Potenz**.

Hierbei ist a die **Basis** und n der **Exponent**.

Es gilt $a^0 = 1$ für $a \neq 0$

und $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ für $a \neq 0$ und $n \in \mathbb{N}$

### Potenzgesetze

***Gleiche Basis a:***

Multiplizieren/Dividieren**:**

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}; \quad \frac{a^n}{a^m} = a^n : a^m = a^{n-m}, \ a \neq 0$$

***Gleicher Exponent n:***

Multiplizieren/Dividieren**:**

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n; \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, \ b \neq 0$$

***Potenzieren*** („Potenz einer Potenz“):

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

### Rechenreihenfolge

$\boxed{\text{Klammer vor Potenz vor Punkt vor Strich}}$

Mit bzw. ohne Bruchstrich geschrieben:

$$2y^{-3} = \frac{2}{y^3}$$

$$(2y)^{-3} = \frac{1}{(2y)^3} = \frac{1}{8y^3}$$

$$x^2 \cdot (x+1)^{-2} = \frac{x^2}{(x+1)^2}$$

$$\frac{y-x}{xy} = \frac{y}{xy} - \frac{x}{xy} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = x^{-1} - y^{-1}$$

Vereinfachen:

$$a^3 \cdot a^{-5} \cdot (-a) = a^{-2} \cdot (-a) = \frac{-a}{a^2} = -a^{-1}$$

$$(ab)^4 \cdot (bc)^4 = (ab \cdot bc)^4 = (ab^2c)^4 = a^4b^8c^4$$

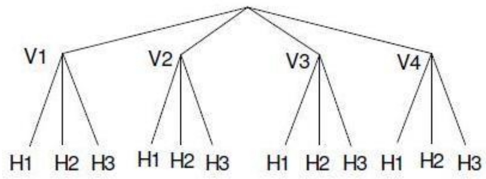
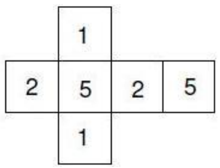
$$x^{-2} : x^2 : x^{-5} = x^{-2-2-(-5)} = x^1 = x$$

$$(x^4y)^{-2} : (x^2y^3)^{-2} = \left(\frac{x^4y}{x^2y^3}\right)^{-2} = \left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{-2} = \left(\frac{y^2}{x^2}\right)^2 = \frac{y^4}{x^4}$$

$$(2a^{-2})^{-3} = 2^{-3} \cdot a^{-2 \cdot (-3)} = \frac{1}{8}a^6$$

Lösungen:

1. a) ja
b) nein
c) ja
d) links: nein, rechts: ja
2. z. B. f(-2) = -4
3. f(x) = 2x+2
4. A = 153,94 cm²
5.b) $S_x(1\frac{2}{3}|0)$, $S_y(0|2,5)$
6. a) y = 2x-1
b) $y = -\frac{1}{3}x + 0,5$
7. $y = -\frac{5}{6}x + 2$
8. a) ja b) nein
9. 3,90 €
10. Preis P = 1,30€/l ·n
P(45 l) = 58,5 €
P(60 l) = 78 €
11. Einzelzimmer: 37
Doppelzimmer: 41
12. 12
13. a) $L = \{\,\}$
b) $L = \{(2|2)\}$
c) L = {(x|y)| y-2x=1,5}
14. a) nein
b) ja
15. 2,25 m von außen
17. $f(x) = \frac{1}{x+5} - 2$
18. a) $\frac{2a^2}{3b^2}$ b) $\frac{x+1}{x}$
19. a) $\frac{1}{a^2}$
b) $\frac{x+y}{y-x}$
c) $\frac{a+b}{ab}$
20. a) $L = \{\frac{1}{4}\}$
b) $L = \{\frac{1}{2}\}$
21. a) $g = \frac{fb}{b-f}$
b) $g = 24\,cm$
22. $a = \frac{2A}{h} - c$
23. a) $14b^{-5} - 21a^{-5}$
b) $-\frac{1}{12}x^{-1}$
c) $-2x^{-2}$
d) $6b^3 - 12$
e) $8x^4 + 4x^3$
f) $-\frac{15}{8}a^{-3}$
g) $1 - x^{-1} + x^{-2} - x^{-3}$
h) $-3a^2x^6$
i) $-3a^6x^3$
j) $3a^3$
k) $x^{-2}y^{-18}$
l) $y^2x^{-8}$

<table>
<tr><th>Standardaufgaben</th><th>Grundwissen Wahrscheinlichkeit 5-8</th><th>Beispiele</th></tr>
<tr>
<td>1. Bestimme die Ergebnismenge folgender Zufallsexperimente:<br>a) Wurf eines Würfels<br>b) Wurf zweier Würfel</td>
<td>Zufallsexperimente sind Experimente, deren Ergebnis zufällig ist.<br>Die Ergebnisse eines Zufallsexperiments fasst man zur Ergebnismenge Ω zusammen.<br>Für die Anzahl der Elemente einer Menge Ω schreibt man $|\Omega|$ („Mächtigkeit der Menge Ω“)<br>Jede Teilmenge von Ω entspricht einem Ereignis.<br>Besondere Ereignisse:<br>$E_1 = \Omega$ „sicheres Ereignis“<br>$E_2 = \{\ \}$ „unmögliches Ereignis“<br>Das Ereignis E tritt ein, wenn das Ergebnis ω des Experiments ein Element von E ist.</td>
<td>Wurf einer Münze oder Wurf eines Würfels<br>Wurf einer Münze:<br>Ω = { W , Z } , wobei gilt: W:Wappen, Z: Zahl<br>$|\Omega| = 2$<br>Wurf eines Würfels:<br>A = gerade Zahl = { 2 ; 4 ; 6 }<br>B = ungerade Zahl = { 1 ; 3 ; 5 }<br>C = Primzahl = { 2 ; 3 ; 5 }<br>D = Zahl größer als 3 = { 4 ; 5 ; 6 }<br>Würfelt man also eine 4, so sind die Ereignisse A und D eingetreten, aber nicht B und D.</td>
</tr>
<tr>
<td>2. Bestimme die relativen Häufigkeiten für folgenden 1000-maligen Wurf eines Würfels: n = 1000
<table>
<tr><td>Augenzahl</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Anzahl der Würfe</td><td>166</td><td>165</td><td>165</td><td>172</td><td>168</td><td>164</td></tr>
<tr><td>Relative Häufigkeit</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td>
<td>Führt man ein Zufallsexperiment n-mal durch und tritt dabei das Ereignis A genau k-mal auf, so heißt $\frac{k}{n}$ die relative Häufigkeit diese Ergebnisses.<br>Je größer n ist, umso weniger schwankt die relative Häufigkeit um einen festen Zahlenwert. Man spricht dabei vom sogenannten Gesetz der großen Zahlen.</td>
<td>n-maliger Wurf eines Würfels:<br>n = 100
<table>
<tr><td>Augenzahl</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Anzahl der Treffer</td><td>17</td><td>15</td><td>21</td><td>20</td><td>11</td><td>16</td></tr>
<tr><td>Relative Häufigkeit</td><td>17 %</td><td>15 %</td><td>21 %</td><td>20 %</td><td>11 %</td><td>16 %</td></tr>
</table></td>
</tr>
<tr>
<td>3. Bestimme, wie viele verschiedene (auch unsinnige) Wörter man mit den Buchstaben des Wortes<br>a) EUROPA<br>b) MUENCHEN<br>c) SOMMERFERIEN<br>schreiben kann.</td>
<td>Mit Baumdiagrammen oder allgemeiner nach dem Zählprinzip lässt sich die Gesamtzahl an Möglichkeiten ermitteln.<br>5 verschiedene Buchstaben können zu $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 =$ 5! ( „5 Fakultät“ ) = 120 verschiedenen Worten zusammengesetzt werden.<br>Achtung: Die Buchstaben des Wortes SOMMERMONAT können zu $\frac{11!}{2! \cdot 3!} = 3326400$ verschiedenen Wörtern zusammengesetzt werden, da der Buchstabe O 2-mal und der Buchstabe M 3-mal vorkommt.</td>
<td>Ein Restaurant bietet für das Mittagsmenü 4 Vorspeisen und 3 Hauptgerichte an.<br>
<br>Es gibt $4 \cdot 3 = 12$ Möglichkeiten für die Zusammenstellung der Speisen.</td>
</tr>
<tr>
<td>4. Petra wirft den Würfel mit dem abgebildeten Netz zweimal. Zeichne ein Baumdiagramm und bestimme die Wahrscheinlichkeiten für<br>A = Mindestens eine 2<br>B = Augensumme > 4<br>C = Augendifferenz > 2<br>D = Keine 5<br>
</td>
<td>Ein Zufallsexperiment heißt Laplace-Experiment, wenn jedes der möglichen Ereignisse gleich wahrscheinlich ist.<br>Bei Laplace-Experimenten gilt für die Wahrscheinlichkeit P(E) eines Ereignisses E:<br>$$P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{\text{Anzahl der für E günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$</td>
<td>Eine Laplace-Münze wird 5-mal geworfen. Bestimme die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse.<br>A = Genau 4-mal Wappen<br>B = Mindestens 2-mal Wappen<br>$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{5}{2^5} = \frac{5}{32}$ und $P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{26}{2^5} = \frac{26}{32}$</td>
</tr>
</table>