07.09.2017

Besondere Prüfung 2017
Mathematik

Arbeitszeit: 120 Minuten

____

Name des Prüflings

Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist abzugeben.

BE

7 1. Der Felsendom auf dem Tempelberg in Jerusalem ist ein bedeutendes Bauwerk. Seine Kuppel hat die Form einer Halbkugel mit einem Außendurchmesser von 21 m. Die Außenseite der Kuppel wurde 1962 bei Restaurierungsarbeiten mit Blattgold beschlagen. Blattgold ist in quadratischen Blättern mit der Seitenlänge 80 mm erhältlich; 25 Blatt kosten 30 €.

Berechnen Sie den Materialwert des zum Beschlagen verwendeten Goldes auf 1000 € gerundet; berücksichtigen Sie dabei, dass Sie wegen des Überlappens der Goldplättchen im Vergleich zur Außenfläche der idealisierten Halbkugel mit 15 % mehr Material rechnen müssen.

5 2. Ergänzen Sie die folgende Tabelle so, dass die Werte zu einer linearen Funktion $f : x \mapsto f(x)$ bzw. zu einer Exponentialfunktion $g : x \mapsto g(x)$ gehören, die beide in $\mathbb{R}$ definiert sind.

x	0	2	3	4
$f(x)$		48	36	
$g(x)$		48	36	

3. Bestimmen Sie für die folgenden Gleichungen jeweils die Lösungsmenge über der Grundmenge $\mathbb{R}$.

3 a) $2^x = 0{,}5^{x+1}$

3 b) $2 \cdot \log_{10}(x) - \log_{10}(2) = \log_{10}(18)$

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

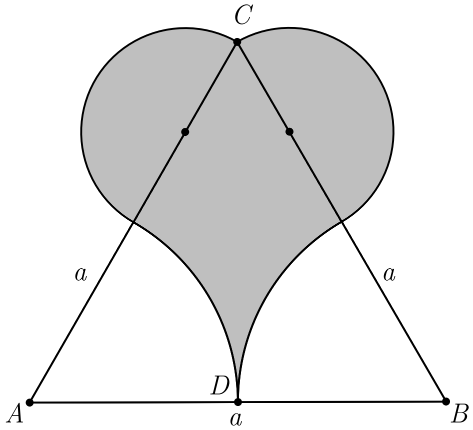
5 4. Die grau dargestellte herzförmige Figur wird von Kreisbögen begrenzt, deren Mittelpunkte markiert sind.
Das Dreieck ABC ist gleichseitig mit der Seitenlänge a, D ist der Mittelpunkt von $[AB]$.
Entscheiden Sie, welcher der angegebenen Terme den Flächeninhalt der herzförmigen Figur beschreibt, und geben Sie im Sachzusammenhang an, welche Bedeutung die drei Summanden des Terms haben.

(1) $\frac{a^2}{4}\sqrt{3} + \frac{a^2}{4}\pi - \frac{1}{3}\left(\frac{a}{2}\right)^2 \pi$

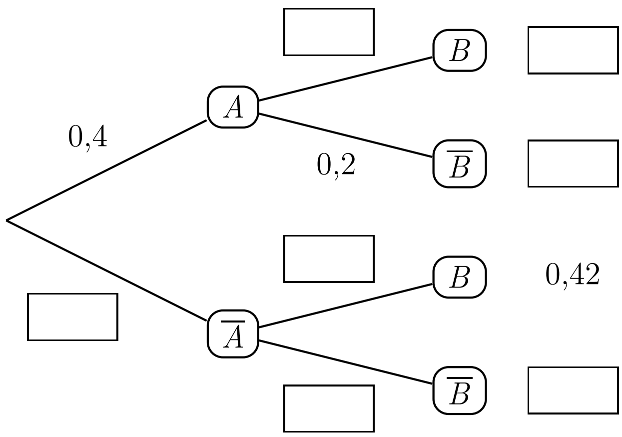
(2) $\frac{a^2}{4}\sqrt{3} + \left(\frac{a}{4}\right)^2 \pi - \frac{\pi}{12}a^2$

(3) $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2 \pi - \frac{\pi}{12}a^2$

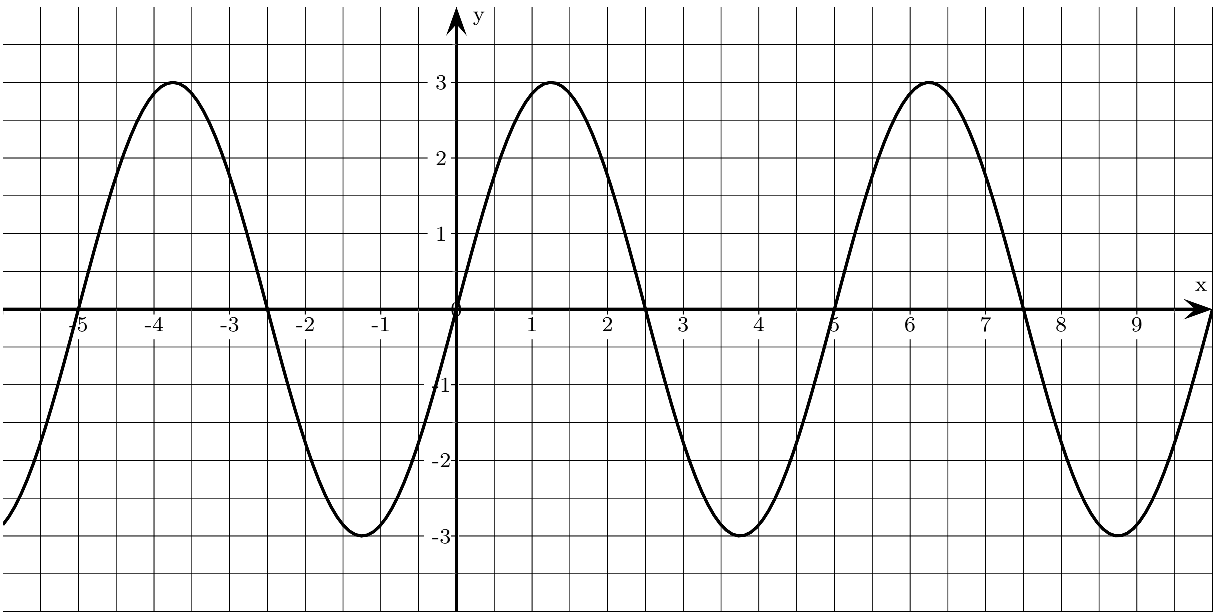
(4) $\frac{a^2}{2}\sqrt{3} + \frac{a^2}{4}\pi - \frac{\pi}{12}a^2$



6 5. Das abgebildete Baumdiagramm gehört zu einem Zufallsexperiment mit den Ereignissen A und B.
An drei Stellen sind bereits Wahrscheinlichkeiten angegeben. Dabei gilt $P(\overline{A} \cap B) = 0{,}42$.
Berechnen Sie sämtliche Wahrscheinlichkeiten, um das abgebildete Baumdiagramm zu vervollständigen, und tragen Sie diese in die Kästchen ein.
Berechnen Sie anschließend $P_B(A)$ auf drei Dezimalen genau.



(Fortsetzung nächste Seite)

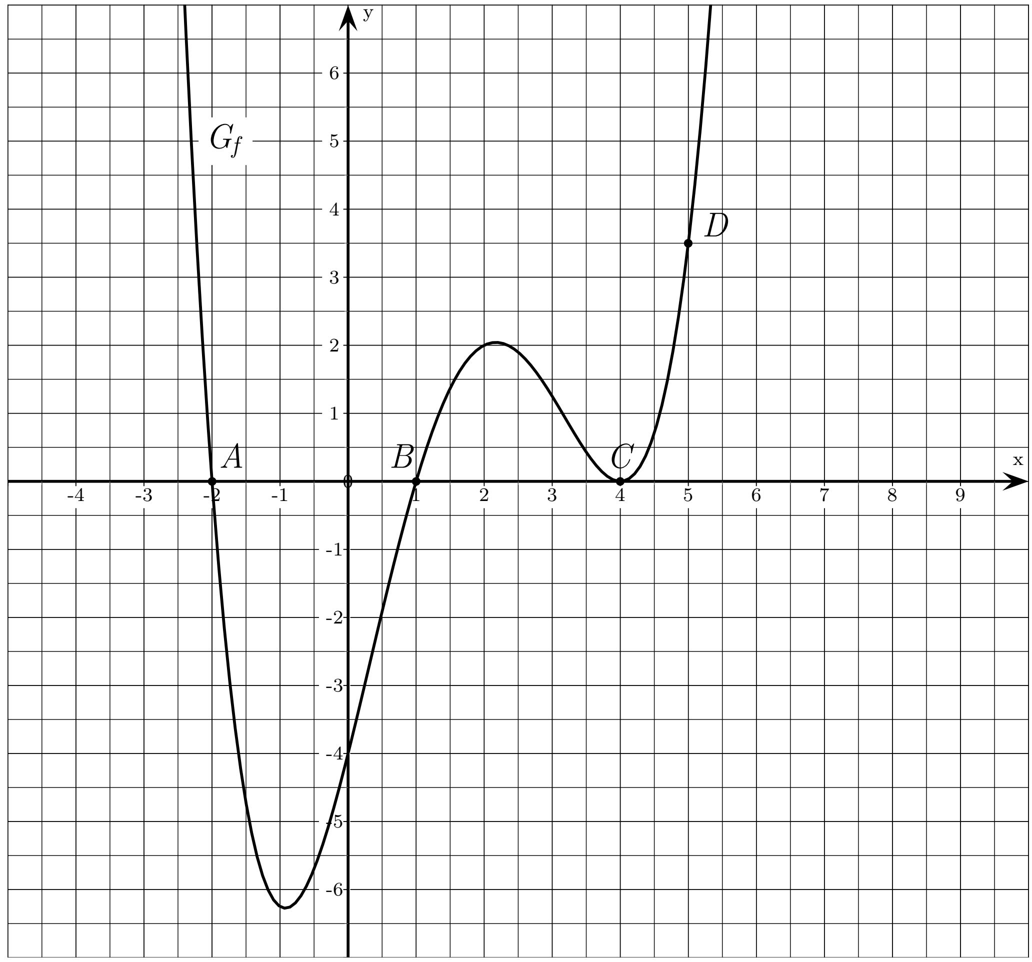
BE	
	6. Aufgrund einer Zählung auf dem Oktoberfest in München weiß man, dass 60 % der Besucher aus Bayern kommen. 25 % aller Besucher tragen Tracht und 12 % aller Besucher sind Trachtträger aus Bayern. Unter den Besuchern des Oktoberfests wird eine Person zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse: T: „Der zufällig ausgewählte Besucher trägt Tracht.“ B: „Der zufällig ausgewählte Besucher kommt aus Bayern.“
3	a) Erstellen Sie zu der beschriebenen Situation eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel.
2	b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Trachtträger aus Bayern kommt.
	7. Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f : x \mapsto a \cdot \sin(b \cdot x) + c$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ und $c \in \mathbb{R}$. Die Abbildung zeigt den Graphen von f.
	
3	a) Bestimmen Sie die Werte der Parameter a, b und c.
2	b) Zeichnen Sie in die Abbildung den Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten linearen Funktion $g : x \mapsto \frac{1}{4}x + 1$ ein.
3	c) Begründen Sie, dass alle Lösungen der Gleichung $f(x) = g(x)$ im Intervall $[-16; 8]$ liegen müssen.
3	d) Geben Sie die Periode und den Wertebereich der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion $h : x \mapsto 2 \cdot \cos(0{,}5\,(x + \pi)) + 2017$ an.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

4 8. Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten Potenzfunktionen $p : x \mapsto \frac{1}{6} \cdot x^3$ und $q : x \mapsto a \cdot x^4$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Die Graphen der beiden Funktionen schneiden sich an der Stelle $x = 3$. Bestimmen Sie a und geben Sie an, für welche Werte $x \in \mathbb{R}$ der Graph von p oberhalb des Graphen von q verläuft.

9. Die Abbildung zeigt den Graphen G_f einer in $\mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktion f vierten Grades.
Die Punkte $A(-2|0)$, $B(1|0)$, $C(4|0)$ und $D(5|3{,}5)$ liegen auf G_f.



2 a) Begründen Sie, dass G_f außer den Punkten A, B und C keine weiteren Schnittpunkte mit der x-Achse besitzt.

3 b) Bestimmen Sie den Funktionsterm von f.

3 c) Die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion g ist festgelegt durch $g(x) = f(3x)$. Geben Sie an, wie der Graph von g aus G_f hervorgeht, und geben Sie die Nullstellen von g an.

3 d) Geben Sie den Funktionsterm einer in $\mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktion vierten Grades an, die genau drei verschiedene Nullstellen besitzt und deren Graph symmetrisch zur y-Achse ist.

60