Vorbemerkung

Die Anforderungen der Besonderen Prüfung in Mathematik orientieren sich an den Vorgaben und der Intention des Lehrplans der Jahrgangsstufe 10; zudem ist – wie auch in den vergangenen Jahren – mathematisches Grundwissen gefordert.

Die fakultativen Lehrplaninhalte gehören nicht zu den Prüfungsinhalten. Aufgaben z. B. zur Polynomdivision und zur Anwendung des Sinus- und Kosinussatzes, wie sie früher häufig auftraten, werden sich künftig nicht mehr finden. Auch Umformungen von komplexeren Potenz- und Wurzeltermen sind aufgrund der Lehrplanänderungen nicht mehr zu erwarten.

Im Gegensatz zu früher sind nun allerdings auch Aufgaben aus den Bereichen „Stochastik“ und „Ausbau der Funktionenlehre“ möglich. Die Kompetenzen „mathematisch kommunizieren“ und „mathematisch argumentieren“ gewinnen an Bedeutung.

Die Besondere Prüfung wird jedoch selbstverständlich auch auf alte, vertraute Themen und Aufgabentypen zurückgreifen, so dass zur Vorbereitung auch zahlreiche Aufgaben früherer Prüfungen verwendet werden können, z. B. zu Kreis und Kugel, Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck, trigonometrischen Funktionen, exponentiellem Wachstum und Exponentialfunktionen, einfachen Exponentialgleichungen und Logarithmus.

Layout, Gesamtpunktzahl und Notenschlüssel der Besonderen Prüfung bleiben unverändert.

Die folgende Musteraufgabe greift exemplarisch mögliche Neuerungen auf.

BE

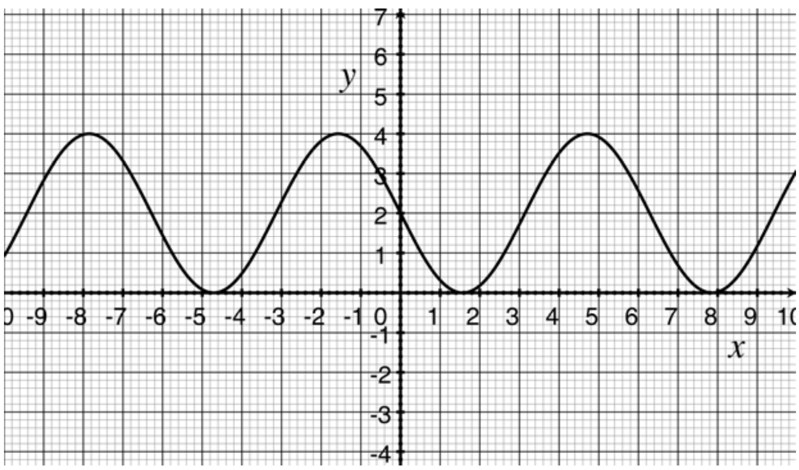
3 1. Eine „kreisförmige“ Pizza hat vor dem Backen einen Durchmesser von 20 cm. Nach dem Backen ist sie zwar immer noch „kreisförmig“, aber ihr Durchmesser beträgt jetzt 23 cm. Berechnen Sie, um wie viel Prozent der Flächeninhalt der Pizza zugenommen hat.

2 2. a) Geben Sie einen Funktionsterm der Form $f(x) = a \cdot \sin(x + b) + c$, $x \in \mathbb{R}$, an, so dass die beiden folgenden Bedingungen erfüllt sind:
(1) Wertemenge ist $[-2; 2]$.
(2) Die Nullstellen von f fallen mit den Nullstellen der Kosinusfunktion
$x \mapsto \cos x$, $x \in \mathbb{R}$, zusammen.

3 b) Ermitteln Sie anhand einer geeigneten graphischen Darstellung nachvollziehbar diejenigen Winkelwerte x aus dem Intervall $[\pi; 2\pi]$, für die $-0{,}5 < \cos x < 0{,}5$ gilt. Geben Sie diese Winkelwerte an.

2 3. Fritz behauptet: „Kenne ich den Sinuswert eines Winkels, so weiß ich auch, wie groß der Winkel ist.“ Nehmen Sie Stellung zu dieser Aussage.

3 4. Gegeben ist der folgende Funktionsgraph:



Zu diesem Funktionsgraph gehört eine der unten angegebenen Funktionen f, g oder h. Entscheiden Sie, welche Funktion dies ist, und begründen Sie ihre Antwort stichhaltig.

α) $f : x \mapsto 2\sin(x + \pi) - 2$, $x \in \mathbb{R}$

β) $g : x \mapsto \sin(2x + \pi) + 2$, $x \in \mathbb{R}$

γ) $h : x \mapsto 2\sin(x + \pi) + 2$, $x \in \mathbb{R}$

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
3	5. a) Hans versucht, die Exponentialgleichung $-4 = 1 - 0{,}5^x$ zu lösen. Die ersten Zeilen seines Lösungsversuchs sind im Folgenden dargestellt; sie enthalten mehrere Fehler. Erläutern Sie drei dieser Fehler.

$$-4 = 1 - 0{,}5^x$$

$$\log_2(-4) = \log_2(1 - 0{,}5^x)$$

$$\log_2(-2)^2 = \log_2 1 - x \cdot \log_2 0{,}5$$

$$\log_2(-2)^2 = 2 - x$$

$$\dots$$

BE	
2	b) Kreuzen Sie an, welche der folgenden Gleichungen den Wert $\log_4 5$ als Lösung haben.

☐	$4^5 = x$	☐	$x^5 = 4$
☐	$2^{2x} = 5$	☐	$3 \cdot 4^x = 15$
☐	$5^x = 4$	☐	$x^4 = 5$

BE	
	6. Ein radioaktiver Stoff zerfällt mit einer Halbwertszeit von 2,5 Tagen.
6	a) Zeichnen Sie mithilfe von vier charakteristischen Punkten einen zugehörigen Graphen und ermitteln Sie nachvollziehbar aus dem Graphen, wie lange es dauert, bis 40 % der ursprünglich vorhandenen Teilchen zerfallen sind.
4	b) Ermitteln Sie einen Funktionsterm für diesen Zerfallsprozess und überprüfen Sie damit Ihr Ergebnis aus Teilaufgabe 6a.
	7. Bei einem Laufwettbewerb ist erfahrungsgemäß einer von 50 Athleten gedopt. Der verwendete Dopingtest hat mit 99,9 % Wahrscheinlichkeit ein positives Ergebnis (d. h. der Test zeigt „Doping“ an), wenn Doping vorliegt. Liegt kein Doping vor, so bestätigt dies der Test mit 98 % Wahrscheinlichkeit.
	Erstellen Sie zur Beantwortung der folgenden Fragen z. B. ein Baumdiagramm.
2	a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zufällig aus den 50 Läufern ausgewählter Sportler gedopt und positiv getestet.
3	b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zufällig ausgewählter Sportler gedopt, wenn seine Probe positiv ist?

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
6	8. Eine Lehrkraft bereitet für die Schulleitung Daten der Abiturienten früherer Jahre auf. Dabei werden u. a. die Merkmale „Geschlecht“ (Ereignis J: „Absolvent ist ein Junge“) und „Abschlussnote“ (Ereignis B: „Note besser als 2,0“) betrachtet. Man stellt fest, dass 50,4 % aller Abiturienten Mädchen waren. Insgesamt hatten 19,3 % aller Abiturienten eine Abiturnote besser als 2,0. Bei den Jungen lag der Anteil derer, die mit einer Note 2,0 oder schlechter abschnitten, bei 87,5 %.
4	a) Erstellen Sie eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel zu den Ereignissen J und B mit absoluten Häufigkeiten für 1000 Abiturienten.
5	b) Beschreiben Sie im geschilderten Anwendungsbezug die Bedeutung von $P(\overline{J} \cap B)$ sowie $P_B(\overline{J})$ und berechnen Sie anschließend diese beiden Wahrscheinlichkeiten.
	9. Gegeben ist die gebrochen-rationale Funktion $f : x \mapsto \frac{2x+9}{6-8x}$ mit maximaler Definitionsmenge. Der Graph von f wird mit G_f bezeichnet.
1	a) Geben Sie die maximale Definitionsmenge der Funktion f an.
3	b) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen G_f mit den Koordinatenachsen.
2	c) Ermitteln Sie das Verhalten der Funktionen f für $x \to -\infty$.
	Betrachtet wird nun auch die Funktion $g : x \mapsto 5 - \frac{2x+9}{6-8x}$ mit maximaler Definitionsmenge $\mathbb{D}_g$.
3	d) Beschreiben Sie, wie der Graph der Funktion g aus dem Graphen G_f der Funktion f hervorgeht.
3	10. Begründen Sie, dass folgende Aussage falsch ist: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$, wenn der Graph für $x > 1$ unterhalb der Geraden $y = 1$ verläuft und dort steigt.
60	