

Ferienaufgaben Mathematik 9. Klasse (Lösung)

9A Quadrieren und Radizieren

9A1 Definition der Quadratwurzel

- a) $\frac{2}{3}$ b) gibt es nicht c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{13}{6}$ e) $\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

9A2 Rationale, irrationale, und reelle Zahlen

- 1) $1 < \sqrt{3} < 2$; $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$; $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$; $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$
 $2 < \sqrt{5} < 3$; $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$; $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$; $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$;
2) rational: $\sqrt{100}$ $\sqrt{10000}$ irrational: $\sqrt{10}$; ; $\sqrt{1000}$; ; $1 + \sqrt{2}$

9A4 Anwendungen der Rechenregeln

- 1) a) $9\sqrt{2}$ b) $3 - 3\sqrt{2}$ c) $-\sqrt{x+1} + \sqrt{x}$
2) a) 8 b) $\frac{9}{10}$ c) $\frac{1}{2}x^2y^3$
3) a) $2\sqrt{5}$ b) $5\sqrt{3}$ c) $30\sqrt{10}$ d) $\sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$
4) a) $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$ b) $6\sqrt{5} - 12\sqrt{7} - 6\sqrt{5} + 2\sqrt{7} = -10\sqrt{7}$
5) Nenner rational machen:
a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 1,5\sqrt{2}$ c) $\frac{5+\sqrt{5}}{10} - \frac{\sqrt{5}-5}{10} = \frac{10}{10} = 1$

9A5 Binomische Formeln

- 1) Forme die Summe falls möglich in ein Produkt um:
a) $(m+n)^2$ b) geht nicht c) $(a-7)^2$ d) $(\sqrt{1000}m-n)(\sqrt{1000}m+n)$
e) $(9x-4a)^2$ f) $(x^2-y^2)(x^2+y^2)$ g) $(0,1a-10b)(0,1a+10b)$ h) $\left(\frac{2}{3}a + \frac{3}{4}b\right)^2$
2) Kürze vollständig:
a) $\frac{2(r-2)}{(r-2)^2} = \frac{2}{r-2}$ b) $\frac{(x+1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1}{x-1}$
3) Radizieren von Summen (falls möglich)
a) $\sqrt{(a+b)^2} = |a+b|$ b) $\sqrt{(x^2-1)^2} = |x^2-1|$ c) keine binomische Formel

9B Quadratische Gleichungen

9B1 Sonderfälle: reinquadratisch und ohne Konstante

- 1) a) $L = \{-7; 7\}$ b) $L = \{-\sqrt{11}; \sqrt{11}\}$ c) $L = \{0\}$ d) $L = \{-\frac{4}{5}; \frac{4}{5}\}$ e) $L = \{-2; 2\}$
- 2) a) $L = \{0; 4\}$ b) $L = \{0; 2,5\}$ c) $L = \{0; 1\}$ d) $L = \{0; \sqrt{\frac{6}{8}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\}$

9B2 allgemeine quadratische Gleichungen

- a) $L = \{-3; -2\}$ b) $L = \{-0,6; -0,5\}$ c) $L = \{-0,9; 0,6\}$ d) $L = \{-\frac{1}{3}; 1\}$
- e) $L = \{-2,5; 0,75\}$ f) $L = \{0; \frac{7}{5}\}$

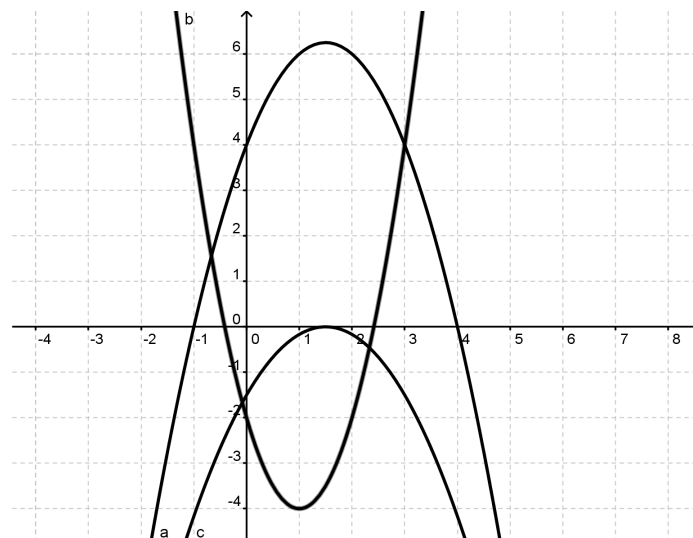
9B3 Diskriminante und Anzahl der Lösungen

Für welche Werte von t hat die Gleichung genau eine, keine bzw. zwei Lösungen?

- a) $D = 36 - 4t \rightarrow t=6$ eine Lösung; $t < 6$ zwei Lösungen; $t > 6$ keine Lösung
- b) $D = t^2 + 16 \rightarrow$ zwei Lösungen für alle t
- c) $D = 16 + 16t \rightarrow t = -1$ eine Lösung; $t < -1$ keine Lösung; $t > -1$ zwei Lösungen

9C Quadratische Funktionen

- 1) a) $y = (x-2)^2 + 1$; $y = x^2 - 4x + 5$; keine Nullstellen
- b) $y = -(x+1)^2 + 4$; $y = -x^2 - 2x + 3$; $L = \{-3; 1\}$
- c) $y = 0,5(x+2)^2 - 1$; $y = 0,5x^2 + 2x + 1$; $L = \{-\sqrt{2}-2; \sqrt{2}-2\}$
- d) $y = -2(x-2)^2 + 5$; $y = -2x^2 + 8x - 3$; $L = \{-\sqrt{2,5}-2; \sqrt{2,5}-2\}$
- 2) Bringe die Funktionsgleichungen in Scheitelform und zeichne die Graphen!
- a) $y = -(x-1,5)^2 + 6,25$ b) $y = 2(x-1)^2 - 4$ c) $y = -\frac{2}{3}(x-1,5)^2 + 0$



9D Satzgruppe des Pythagoras

9D1 Satz des Pythagoras

- 1) a) $c = 10 \text{ cm}$ b) $c = 2\sqrt{7} \text{ cm}$ c) $c = 4\sqrt{5} \text{ cm}$ d) $d = 3,9 \text{ cm}$ e) $d = 5\sqrt{2} \text{ cm}$ f) $h = 4 \text{ cm}$
- 2) Diagonale der Grundfläche: $f = 65 \text{ cm}$; Raumdiagonale: $d = 97 \text{ cm}$
- 3) $d = \sqrt{3}a$

9D2 Höhensatz und Kathetensätze

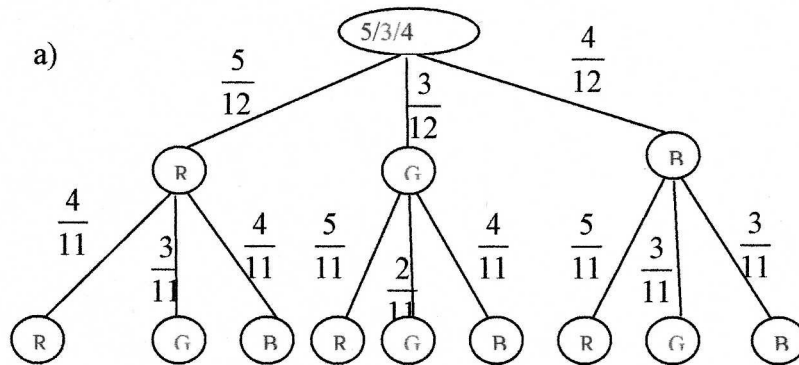
- 1) Berechne die fehlenden Größen:
a) $h = 2,4$; $p = 3,2$; $a = 4$; $r = 2,25$; $s = 3,75$
b) $h_1 = 9,6$; $h_2 = 12$; $a = 15$; $q = 16$; $p = 9$
c) $h = 4,8$ (Tipp: Flächeninhalt berechnen mit a und b)
d) $a = 6\sqrt{10}$; $b = 2\sqrt{10}$ (Tipp: quadratisches Gleichungssystem mit p und q aufstellen)
- 2) Die Sehne ist 12 cm lang. (gleichschenkliges Dreieck mit r als Schenkel)
- 3)

9E Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck

9E1 Definition

- 1) Die Hypotenuse des Dreiecks ABC ist b . Berechne die fehlenden Seiten und Winkel.
a) $b = 13 \text{ cm}$; $\alpha = 67,4^\circ$; $\gamma = 22,6^\circ$ b) $b = 17 \text{ cm}$; $c = 15 \text{ cm}$; $\gamma = 62^\circ$
c) $a = 7,2 \text{ cm}$; $b = 12,1 \text{ cm}$; $\alpha = 48^\circ$
- 2) Die Hypotenuse des Dreiecks ABC ist c . Berechne die fehlenden Seiten und Winkel.
a) $a = 10 \text{ cm}$; $b = 4,6 \text{ cm}$; $\beta = 25^\circ$ b) $a = 5,7 \text{ cm}$; $b = 4 \text{ cm}$; $\alpha = 55^\circ$
- 3) Berechne die fehlenden Größen!
a) $d = 7,8 \text{ cm}$ b) $a = 5 \text{ cm}$; $b = 8,7 \text{ cm}$ c) $\varepsilon = 77,3^\circ$ d) $\alpha = 41,4^\circ$; $\gamma = 97,2^\circ$
e) $c = 12,1 \text{ cm}$ f) $a = 7,1 \text{ cm}$ g) $\tan \alpha = \frac{4}{2}$; $\alpha = 63,4^\circ$; $\delta = 116,6^\circ$
h) $\cos \alpha = \frac{2}{5}$; $\alpha = 66,4^\circ$; $\gamma = 113,6^\circ$ i) $a = 5 \text{ cm}$ k) $d = 14 \text{ cm}$ l) $\varphi = 38,7^\circ$ m) $r = 5,1 \text{ cm}$

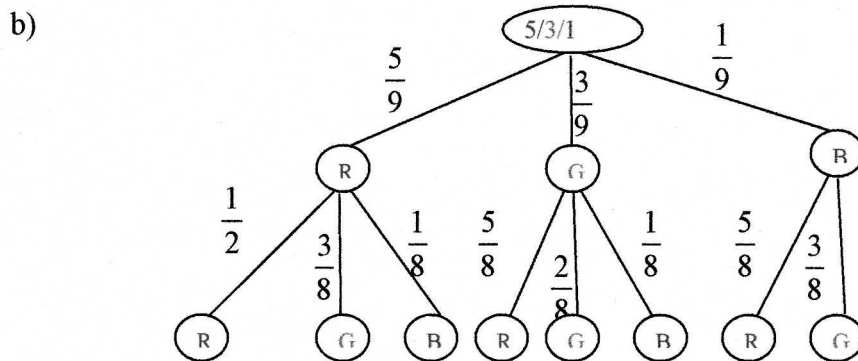
9F Mehrstufige Zufallsexperimente



$P(\text{gleichfarbig}) =$

$$\begin{aligned}
 &= P(RR) + P(GG) + P(BB) = \\
 &= \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} + \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} + \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} = \\
 &= \frac{38}{132} = \frac{19}{66} = 28,8\%
 \end{aligned}$$

Es gibt 5 rote, 3 grüne und 4 blaue Kugeln.

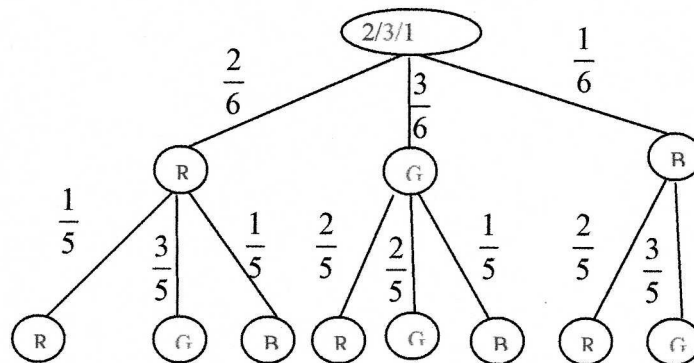


$P(\text{gleichfarbig}) =$

$$\begin{aligned}
 &P(RR) + P(GG) = \\
 &\frac{5}{9} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{5}{18} + \frac{1}{12} = \frac{13}{36} = 36,1\%
 \end{aligned}$$

Es gibt 5 rote, 3 grüne und 1 blaue Kugeln.

c) Der Anfang kann sein: (2R, 3G, 1B) oder (3R, 2G, 1B)



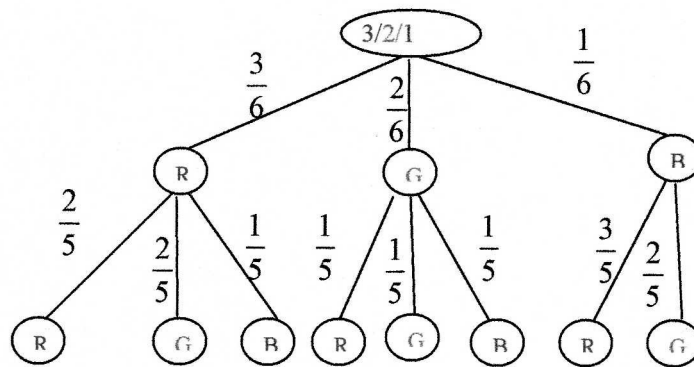
P(gleichfarbig) =

P(RR) + P(GG) =

$$\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{15} + \frac{1}{5} = \frac{4}{15} = 26,7\%$$

Es gibt 2 rote, 3 grüne und 1 blaue Kugeln.

Oder:



P(gleichfarbig) =

P(RR) + P(GG) =

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{15} = \frac{4}{15} = 26,7\%$$

Es gibt 2 rote, 2 grüne und 1 blaue Kugeln.

9G n-te Wurzel und Potenzgleichungen

9G2 Potenzgleichungen

a) $L = \{5\}$ b) $L = \{ \}$ c) $L = \{ -\sqrt[5]{6} \}$ d) $L = \{-2,5; 2,5\}$

9G3 Rechnen mit Potenzen mit rat. Exp.

1) a) $a^{\frac{1}{4}}$ b) d c) z^{-1}

2) a) $a^{\frac{1}{3}}$ b) 0 c) 0

3) a) 2^{-5} b) (a^2) c) $y^{\frac{1}{3}}$

4) a) $3 \cdot 4 = 12$ b) $\sqrt{25} = 5$ c) $4 \cdot 3 = 12$

9J Prisma, Zylinder, Pyramide und Kegel

1)

a) $h = 6 \text{ cm}$ b) ----

2) $h = 3 \text{ cm}$; $V = 18 \text{ cm}^3$

3) Von einer geraden, quadratischen Pyramide sind folgende Größen gegeben:

a) $s = 6,96 \text{ cm}$; $M = 65 \text{ cm}^2$; $O = 90 \text{ cm}^2$

b) $h = 9,06 \text{ cm}$, $M = 114,47 \text{ cm}$; $O = 150,47 \text{ cm}$

4) Von einem geraden Zylinder sind folgende Größen gegeben:

a) $r = 0,48 \text{ cm}$; $O = 25,6 \text{ cm}^2$; $V = 5,79 \text{ cm}^3$

b) $r = 0,25 \text{ m}$; $h = 1 \text{ m}$; $M = 1,57 \text{ m}^2$; $V = 0,196 \text{ m}^3$

5) Von einem geraden Kegel sind folgende Größen gegeben:

a) $m = 13 \text{ cm}$; $\mu = 138,5^\circ$; $M = 65 \pi$; $O = 90 \pi$

b) $h = 36 \text{ cm}$; $m = 39 \text{ cm}$; $\mu = 138^\circ$; $M = 585 \pi$