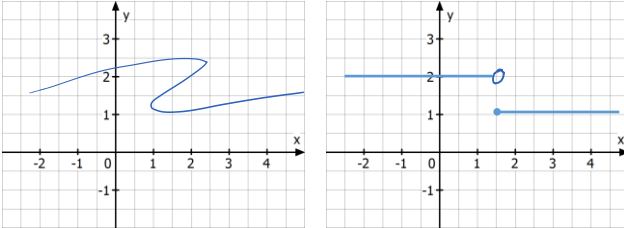


Standardaufgaben

- Gehört die Zuordnung zu einer Funktion? Begründe!
 - Ort auf Rennstrecke \mapsto Geschwindigkeit
 - Quersumme einer Zahl \mapsto Zahl
 - Zeit \mapsto Füllhöhe eines Heizungstanks
 - Graphen:



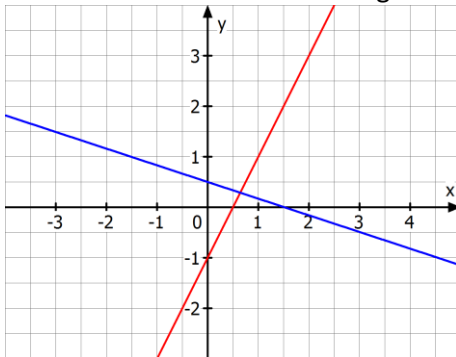
- Berechne die Funktionswerte für $x \in \{-2; 0; 1,5; 7\}$ zur Funktion $f(x) = -2x^2 + 4$
- Bestimme die passende Funktion zu folgender Wertetabelle:

x	1	2	3	4
y	4	6	8	10

- Berechne den Flächeninhalt eines Kreises mit $r=7$ cm!

- Geg.: Funktion $y = -1,5x + 2,5$
 - Zeichne den Graph mit Hilfe eines Steigungsdreiecks und lege eine Wertetabelle für $x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$ an.
 - Berechne die Schnittpunkte mit beiden Achsen!

- Gib zu beiden Geraden die Funktionsgleichung an:



- Bestimme die lineare Funktion, deren Graph durch die Punkte A(-18/17) und B(18/-13) geht.

Grundwissen M8

A.1 Die Funktion

Eine Funktion ist eine **eindeutige Zuordnung**. („Jedem x-Wert wird **genau ein** y-Wert zugeordnet“)

Funktion f:

$f: x \mapsto y$ **Zuordnungsvorschrift**

$f(x)$ z.B. $f(x) = 2x + 3$

funktionsstern

$y = f(x)$ z.B. $y = 2x + 3$

Funktionsgleichung

D_f und W_f **Definitions- und Wertemenge**

Darstellung durch **Wertetabellen, Pfeildiagramme und Graphen**

A.2 Lineare Funktionen

Funktionsgleichung:

$$f(x) = mx + t$$

Steigung \uparrow \uparrow *y-Achsenabschnitt*

Höhenzuwachs

$$m = \frac{\text{waagrechte Veränderung}}{\text{Höhenzuwachs}}$$

Liegen $P(x_P/y_P)$ und $Q(x_Q/y_Q)$ auf der Geraden, so gilt:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$$

Schnittpunkte mit den Achsen:

- Nullstelle $S_x(x_N / 0)$

Berechnung über $f(x_N) = 0$

- $S_y(0/t)$

Beispielaufgaben mit Lösung

Zuordnung „Tagestemperatur“:

f : Tageszeit \mapsto Temperatur

„zu einer bestimmten Tageszeit herrscht (an einem festen Ort) genau eine Temperatur“

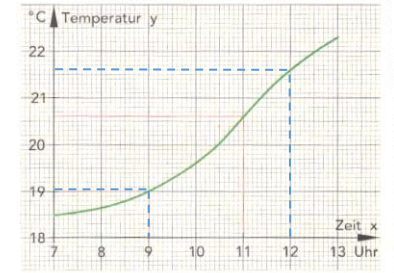
\Rightarrow eindeutig

\Rightarrow Funktion

9 h \mapsto 19°C

12 h \mapsto 21,6°C

$f(10h) = 19,6^\circ\text{C}$



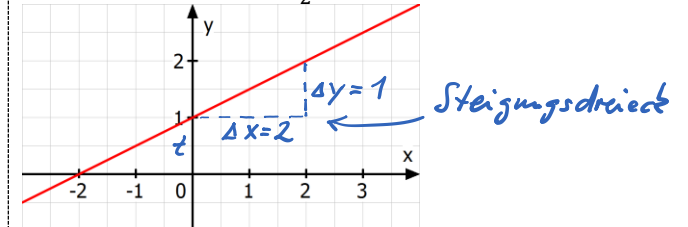
Die Kreisfläche

Der Flächeninhalt A ist eine quadratische Funktion des Radius r:

$$A(r) = \pi \cdot r^2$$

Radius r/cm	1	3	9
Kreisfläche A/cm ²	3,14	28,26	254,34

Geg.: Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ mit $D = \mathbb{Q}$



Schnittpunkte mit den Achsen:

- Nullstelle $\frac{1}{2}x + 1 = 0 \Rightarrow x = -2$

$S_x(-2 / 0)$ und $S_y(0/1)$ *y-Abschnitt*

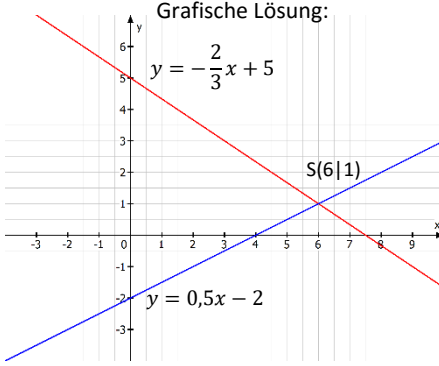
Geg.: $P(-3/4)$ und $Q(5/-2)$. Berechne die lineare Funktion, deren Graph durch P und Q geht.

Funktion, deren Graph durch P und Q geht.

$$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = \frac{-2 - 4}{5 - (-3)} = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$$

$$P_1 \text{ in } y = -\frac{3}{4}x + t \text{ einsetzen: } 4 = -\frac{3}{4}(-3) + t$$

$$\Rightarrow t = 1\frac{3}{4} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x + 1\frac{3}{4}$$

<p>8. Sind folgende Zuordnungen direkt proportional? Begründe!</p> <p>a) Anzahl von Kisten \mapsto Höhe eines Stapels dieser Kisten</p> <p>b) Gewicht eines Briefs \mapsto Porto (Briefmarke) fürs Verschicken</p> <p>9. Vier Kiwis kosten 1,20 €, wieviel kosten 13 Kiwis?</p> <p>10. An der Tankstelle steht: 1,30 €/l für Benzin. Wieviel kosten 45 l, wieviel 60 l? Stelle den Zusammenhang Benzinmenge und Preis grafisch dar!</p>	<p>Direkte Proportionalität als lineare Funktion: Funktionsgleichung $y = mx$ (mit $t = 0$) Merkmale einer direkten Proportionalität: - Graph ist Ursprungsgerade. - „jedem n-fachen Wert der einen Größe wird der n-fache Wert der anderen Größe zugeordnet“ - Wertepaare sind quotientengleich: $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = m$ mit konstantem m</p>	<p>Berechnung des Kreisumfangs: „zu jedem Radius gibt es genau einen Umfang des Kreises“ \Rightarrow eindeutig \Rightarrow Funktion u: Radius \mapsto Umfang $u(r) = 2\pi \cdot r = \pi \cdot d$ - „Bei Verdopplung des Radius verdoppelt sich auch der Umfang“</p> <table border="1" data-bbox="1473 379 1926 459"> <tr> <td>r/cm</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>U/cm</td> <td>18,85</td> <td>37,70</td> <td>113,10</td> </tr> </table>	r/cm	3	6	18	U/cm	18,85	37,70	113,10
r/cm	3	6	18							
U/cm	18,85	37,70	113,10							
<p>11. Ein Gasthaus hat nur Einzel- und Doppelzimmer. Es gibt 78 Zimmer mit insgesamt 119 Betten. Wie viele Einzel- und Doppelzimmer gibt es? Löse mithilfe eines Gleichungssystems!</p> <p>12. Eine zweistellige Zahl wird um 9 größer, wenn man ihre Ziffern vertauscht. Ihre Zehnerziffer ist halb so groß wie ihre Einerziffer. Wie heißt die Zahl? Löse mithilfe eines Gleichungssystems!</p> <p>13. Ermittle grafisch und rechnerisch jeweils die Lösungsmenge!</p> <p>a) (I) $2y - x = 1$ (II) $y = \frac{1}{2}x - 4$</p> <p>b) (I) $2y - 3x = -2$ (II) $2y + 2x = 8$</p> <p>c) (I) $y - 2x = 1,5$ (II) $3 + 4x = 2y$</p>	<p>A.3 Lineare Gleichungssysteme</p> <p>(I) $\frac{2}{3}x + y = 5$ (II) $-0,5x + y = -2$</p> <p>Lösung $L = \{(6 1)\}$ ↑ Zahlenpaar!</p>  <p>Grafische Lösung: $y = -\frac{2}{3}x + 5$ $y = 0,5x - 2$ S(6 1)</p> <p>Alle Zahlenpaare, die beide Gleichungen erfüllen, gehören zur Lösungsmenge. Ein lineares Gleichungssystem kann entweder genau eine, keine oder unendlich viele Lösungen haben! Grafisch gesehen bedeutet das: Die Geraden der beiden Gleichungen schneiden sich (eine Lösung: S(x_s/y_s)), sie liegen parallel zueinander (keine Lösung) oder sie liegen aufeinander (unendlich viele Lösungen). Es gibt drei Lösungsverfahren: - Additionsverfahren - Einsetzverfahren - Gleichsetzverfahren (vgl. Beispiele nebenan)</p>	<p>Additionsverfahren: (I) $-3x + 4y = 20$ (II) $3x + 5y = -2$ (I) + (II) $-3x + 4y + (3x + 5y) = 20 + (-2)$ $9y = 18 \quad :9$ $y = 2$ y in (II): $3x + 5 \cdot 2 = -2 \quad -10$ $3x = -12$ $x = -4 \quad L = \{(-4 2)\}$</p> <p>Einsetzverfahren: (I) $x - 2y = 5$ (II) $5x - 3y = 11$ (I)' $x = 5 + 2y$ (I)' in (II) $5 \cdot (5 + 2y) - 3y = 11$ $25 + 7y = 11$ $7y = -14$ $y = -2$ y in (I)' $x = 5 + 2 \cdot (-2)$ $x = 1 \quad L = \{(1 -2)\}$</p> <p>Gleichsetzverfahren: (I) $y = 2x - 4$ (II) $y = 11 - 3x$ (I) = (II) $2x - 4 = 11 - 3x$ $5x = 15$ $x = 3$ x in (I) $y = 2 \cdot 3 - 4$ $y = 2 \quad L = \{(3 2)\}$</p>								

14. Sind folgende Zuordnungen indirekt proportional?

Begründe!

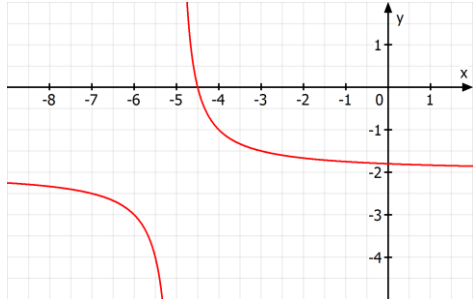
- a) Seitenlänge eines Quadrats \mapsto Flächeninhalt des Quadrats
- b) Kraft (Gewicht) \mapsto Abstand vom Drehpunkt einer Wippe (Wippe bleibt im Gleichgewicht)

15. Asterix und Obelix sitzen auf einer Wippe. Obelix wiegt 4-mal so viel wie Asterix, der ein Gewicht von 45 kg hat. Die Wippe ist insgesamt 6,00 m lang. Wo muss Obelix sitzen, wenn Asterix ganz außen sitzt und die Wippe sich im Gleichgewicht befindet?

16. Gib zu den folgenden Funktionen die Definitionsmengen an und zeichne die Graphen mit Hilfe der Asymptoten in ein geeignetes KOS:

- a) $g(x) = \frac{1}{x-3} - 1,5$
- b) $h(x) = \frac{-1}{x+1} + 2$

17. Bestimme die passende Funktionsgleichung:



18. Vereinfache so weit wie möglich!

- a) $\frac{-18a^3b}{-27ab^3}$
- b) $\frac{xy+y}{xy}$

19. Fasse zu einem Bruch zusammen und vereinfache!

- a) $\frac{a+1}{a^2} - \frac{1}{a}$
- b) $\frac{2x}{y-x} + 1$
- c) $\frac{6}{2(a-b)} + \frac{a+b}{ab} - \frac{3}{a-b}$

B.1 Bruchfunktionen

Indirekte Proportionalität als Bruchfunktion (Variable, hier x, steht im Nenner!):

Funktionsgleichung $y = \frac{c}{x}$ mit $D_f = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$

Merkmale einer direkten Proportionalität:

- Graph ist **Hyperbel**.
- „jedem **n-fachen** Wert der einen Größe wird der **n-te Teil** ($\frac{1}{n}$ -fache) der anderen Größe zugeordnet“
- Wertepaare sind **produktgleich**: $x_1y_1 = x_2y_2 = c$ mit konstantem c

Allgemeine Bruchfunktionen (mit einer 1 im Zähler)

$f(x) = \frac{\pm 1}{x-a} + b$ mit $D = \mathbb{Q} \setminus \{a\}$

Der Graph ist eine **Hyperbel**.

Senkrechte Asymptote bei $x = a$ (**Definitionslücke**, Verschiebung nach rechts/links)

Waagrechte Asymptote bei $y = b$ (Verschiebung nach oben/unten)

Für **-1 im Zähler** gilt: **Spiegelung** an der waagrechten Asymptote (Graph liegt im II. und IV. Quadranten des Asymptotenkreuzes).

B.2 Bruchterme und Bruchgleichungen

Bruchterme: *Differenz \rightarrow faktorisieren \rightarrow Produkt \rightarrow kürzen!*

$$\frac{x^2 - 4x}{6x} = \frac{x \cdot \cancel{x} - 4 \cdot \cancel{x}}{6 \cdot x} = \frac{(x-4) \cdot \cancel{x}}{6 \cdot x} = \frac{x-4}{6}$$

In Summen und Differenzen darf nicht gekürzt werden.

Deswegen: **Faktorisieren** (z. B. durch Ausklammern)

Zum **Addieren/Subtrahieren** Brüche **gleichnamig** machen (\Rightarrow „auf den **Hauptnenner** bringen“):

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1 \cdot y}{x \cdot y} + \frac{1 \cdot x}{y \cdot x} = \frac{y}{xy} + \frac{x}{xy} = \frac{y+x}{xy}$$

Zusammenhang Geschwindigkeit und benötigte Zeit bei gleicher Strecke:

z. B.: $t = \frac{3 \text{ km}}{v}$ mit $t > 0$

Indirekt proportional, da bei einer **Verdopplung** der Geschwindigkeit nur die **Halfte** der Zeit für die gleiche Strecke benötigt wird.

Produktgleich:

$t \cdot v = 3 \text{ km}$ konstant

$0,5 \text{ h} \cdot \frac{6 \text{ km}}{h} = 3 \text{ km}$

$6 \text{ min} \cdot 30 \text{ km/h} = 3 \text{ km}$

Beispiele Bruchfunktionen:

$f_1(x) = \frac{1}{x-2} + 1$

← Verschiebung um 1 nach oben \Rightarrow waagr. Asy. $y=1$

für $x = 2$ wird der Nenner 0!

$\Rightarrow D = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$

\Rightarrow senkr. Asymptote bei $x=2$.

$f_2(x) = \frac{-1}{x+1,5} - 2,5$

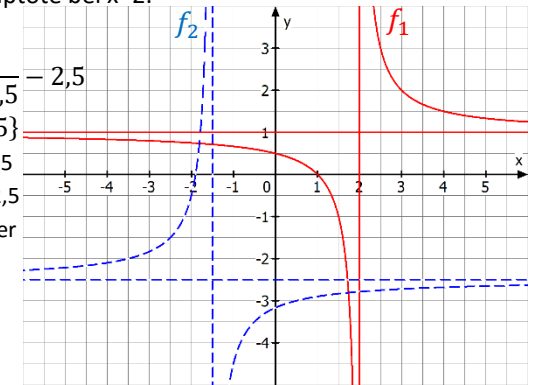
$D = \mathbb{Q} \setminus \{-1,5\}$

senkr. Asy. $x=-1,5$

waagr. Asy. $y=-2,5$

Spiegelung an der

waagr. Asy.



Vereinfache: $\frac{ax-bx}{ax+bx} = \frac{(a-b) \cdot x}{(a+b) \cdot x} = \frac{a-b}{a+b}$

$\frac{15a^2bc^2}{25abc^3} = \frac{3 \cdot 5 \cdot a^2 \cdot b \cdot c^2}{5 \cdot 5 \cdot a \cdot b \cdot c^3} = \frac{3 \cdot a}{5 \cdot c} = \frac{3a}{5c}$

Fasse zusammen:

$1 + \frac{5}{x} = \frac{x}{x} + \frac{5}{x} = \frac{x+5}{x}$

$\frac{1}{a+b} - \frac{1}{a-b} = \frac{1 \cdot (a-b) - 1 \cdot (a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a-b-a-b}{(a+b)(a-b)} = \frac{-2b}{a^2-ab+ab-b^2} = \frac{-2b}{a^2-b^2}$

20. Löse die Gleichungen! Beachte die Definitionsmenge!

- a) $24 = \frac{6}{x}$
- b) $8 + \frac{1}{y} = \frac{5}{y}$
- c) $\frac{1}{x+2} = \frac{-1}{x-5,5}$
- d) $\frac{4}{x-1} = \frac{1}{x+2}$
- e) $\frac{2x}{x+1} = \frac{3}{x-1} + 2$

21. Die Linsenformel beschreibt den Zusammenhang zwischen der Brennweite f, der Gegenstandsweite g und der Bildweite b bei einer Linse: $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$.
- a) Löse die Linsenformel nach g auf, indem du mit dem Hauptnenner durchmultiplizierst!
 - b) Berechne g für den Fall, dass f = 20 cm und b = 1,2 m.

22. Löse die Flächenformel für ein Trapez nach a auf:

$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

23. Fasse soweit wie möglich zusammen!

- a) $7ab^{-2} \cdot (2a^{-1}b^{-3} - 3a^{-6}b^2)$
- b) $\frac{1}{3}x \cdot \frac{1}{4}x^{-2} - \frac{1}{6}x^{-1}$
- c) $-x^{-2} - \frac{x^2}{x^4}$
- d) $3b^2(2b - 4b^{-2})$
- e) $(8x^2 + 4x) : x^{-2}$
- f) $(2a)^{-3} - \frac{2}{a^3}$
- g) $(x^3 - x^2 + x - 1) \cdot x^{-3}$
- h) $-3(ax^3)^2$
- i) $3(-a^2x)^3$

Bruchgleichungen:

Eine Gleichung, in der mindestens ein Bruchterm (Variable im Nenner) vorkommt, heißt Bruchgleichung.

$$\frac{1}{x-4} = -\frac{1}{x-2} \text{ mit } D = \mathbb{Q} \setminus \{2; 4\}$$

a) **Grafische Lösung** (siehe nebenan!)

b) **Lösung durch Rechnung**

$$\frac{1}{x-4} = -\frac{1}{x-2} \quad | \cdot (x-4)(x-2) \text{ Mit HN multipl.}$$

$$\frac{(x-4)(x-2)}{x-4} = -\frac{(x-4)(x-2)}{x-2} \quad \text{Kürzen!}$$

$$x-2 = -(x-4) \quad \text{Vereinfachen!}$$

$$x-2 = -x+4 \quad | +x+2 \quad \text{Nach x auflösen!}$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$3 \in D \Rightarrow L = \{3\}$$

Probe:

$$\frac{1}{3-4} = -\frac{1}{3-2}$$

$$-1 = -1$$

Kürzer: **Überkreuzmultiplizieren:**

$$\frac{1}{x-4} = -\frac{1}{x-2}$$

Voraussetzung: Auf beiden Seiten steht ein Bruch!

$$x-2 = -(x-4)$$

Beispiel zur grafischen Lösung:

Betrachte beide Seiten der Gleichung als Funktionen:

$$f(x) = \frac{1}{x-4}$$

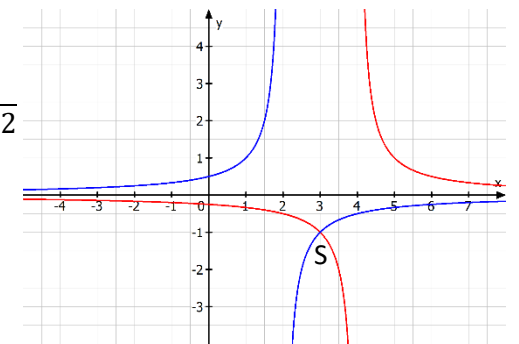
$$g(x) = -\frac{1}{x-2}$$

Schnittpunkt

$$S(3|-1)$$

=> x = 3 ist

Lösung der Gleichung.



$$\frac{4}{x-6} = \frac{1}{x} \quad D = \mathbb{Q} \setminus \{0; 6\}$$

$$4 \cdot x = 1 \cdot (x-6)$$

$$4x = x-6 \quad | -x$$

$$3x = -6$$

$$x = -2 \quad -2 \in D \Rightarrow L = \{-2\}$$

$$\frac{1}{x} + 5 = \frac{2}{x} \quad | \cdot x \quad D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$$

$$1 + 5x = 2$$

$$5x = 1$$

$$x = \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \in D \Rightarrow L = \left\{\frac{1}{5}\right\}$$

C. Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

Der Ausdruck a^n heißt **Potenz**.

Hierbei ist a die **Basis** und n der **Exponent**.

Es gilt $a^0 = 1$ für $a \neq 0$

und $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ für $a \neq 0$ und $n \in \mathbb{N}$

Potenzgesetze

Multiplizieren:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

Dividieren:

$$a^n : a^m = a^{n-m}, \quad a \neq 0 \quad a^n : b^n = (a : b)^n, \quad b \neq 0$$

Mit bzw. ohne Bruchstrich geschrieben:

$$2y^{-3} = \frac{2}{y^3}$$

$$(2y)^{-3} = \frac{1}{(2y)^3} = \frac{1}{8y^3}$$

$$x^2 \cdot (x+1)^{-2} = \frac{x^2}{(x+1)^2}$$

$$\frac{y-x}{xy} = \frac{y}{xy} - \frac{x}{xy} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = x^{-1} - y^{-1}$$

Vereinfachen:

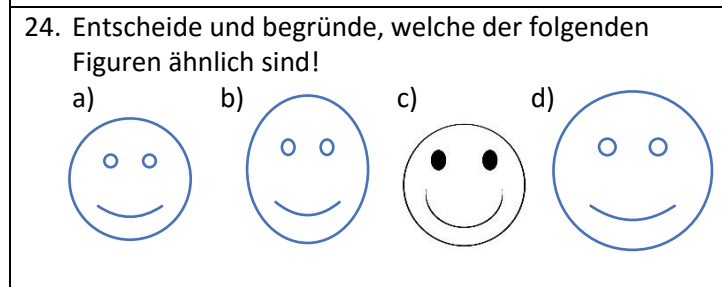
$$a^3 \cdot a^{-5} \cdot (-a) = a^{-2} \cdot (-a) = \frac{-a}{a^2} = -a^{-1}$$

$$(ab)^4 \cdot (bc)^4 = (ab \cdot bc)^4 = (ab^2c)^4 = a^4b^8c^4$$

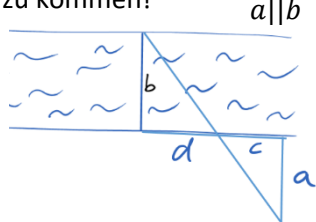
j) $(27a^2):(9a^{-1})$
 k) $\left(\frac{x^3y^4}{y^{-5}x^2}\right)^{-2}$
 l) $\frac{xy}{x^3y^{-2}} : \frac{x^7y^{-3}}{xy^{-4}}$

Potenzieren:
 $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
Rechenreihenfolge
 Klammer vor Potenz vor Punkt vor Strich

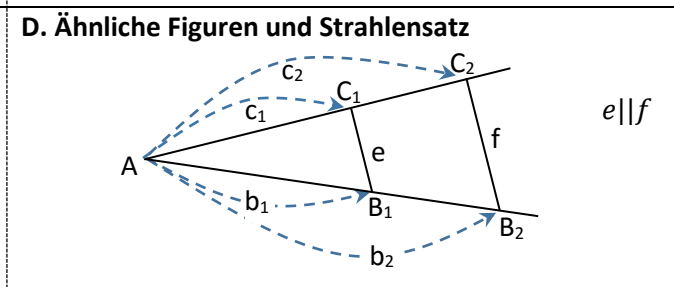
$x^{-2} : x^2 : x^{-5} = x^{-2-2-(-5)} = x^1 = x$
 $(x^4y)^{-2} : (x^2y^3)^{-2} = \left(\frac{x^4y}{x^2y^3}\right)^{-2} = \left(\frac{x^2}{y^2}\right)^{-2} = \left(\frac{y^2}{x^2}\right)^2 = \frac{y^4}{x^4}$
 $(2a^{-2})^{-3} = 2^{-3} \cdot a^{-2 \cdot (-3)} = \frac{1}{8} a^6$



25. Es soll die Breite eines Flusses gemessen werden, ohne auf die andere Seite zu kommen!
 Berechne b für a = 15m, c = 12m und d = 4 m!



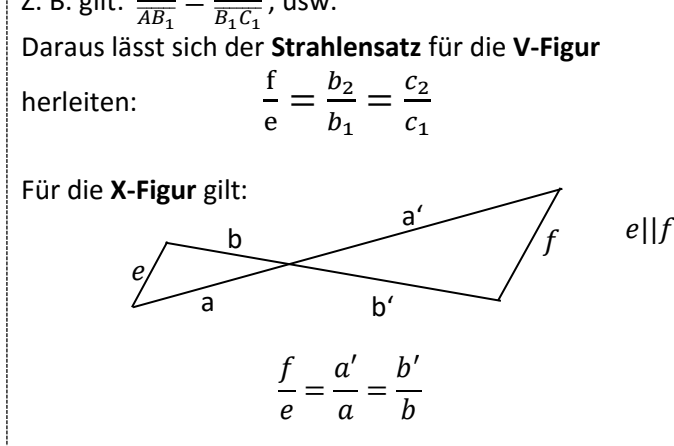
26. Betrachte die V-Figur in der Spalte Grundwissen nebenan.
- Es seien $b_1 = 8\text{cm}$, $b_2 = 12\text{cm}$ und $f = 15\text{cm}$. Berechne e!
 - Gegeben: $c_1 = 7,5\text{cm}$, $c_2 = 22,5\text{cm}$ und $e = 9\text{cm}$. Berechne f!
 - Nun seien $b_1 = 7\text{cm}$, $e = 4\text{cm}$ und $f = 10\text{cm}$. Berechne $\overline{B_1B_2}$!
 - Gegeben sei $\overline{C_1C_2} = 5\text{cm}$. Wie in b) seien $e = 4\text{cm}$ und $f = 10\text{cm}$. Berechne c_1 !



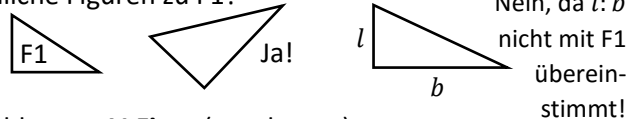
Zwei Figuren heißen **ähnlich**, wenn

- die **Verhältnisse entsprechender Seiten alle gleich** sind **und**
- entsprechende Winkel gleich groß** sind.

Zwei **Dreiecke** sind schon ähnlich, wenn eine der beiden Bedingungen zutrifft (Schreibweise: $\triangle AB_1C_1 \sim \triangle AB_2C_2$)
 Z. B. gilt: $\frac{AB_2}{AB_1} = \frac{B_2C_2}{B_1C_1}$, usw.



Ähnliche Figuren zu F1?



Strahlensatz V-Figur (s. nebenan):

- Seien $c_1 = 7,5\text{cm}$, $e = 9\text{cm}$ und $f = 27\text{cm}$ gegeben. Berechne $\overline{C_1C_2}$!

$$\frac{f}{e} = \frac{c_2}{c_1} \quad | \cdot c_1$$

$$c_2 = \frac{f}{e} \cdot c_1$$

$$c_2 = \frac{27\text{cm}}{9\text{cm}} \cdot 7,5\text{cm} = 22,5\text{cm}$$

$$\overline{C_1C_2} = c_2 - c_1 = 22,5\text{cm} - 7,5\text{cm} = 15\text{cm}$$

- Gegeben sei $\overline{B_1B_2} = 5\text{cm}$, e und f wie oben. Berechne b_1 !

$$\frac{f}{e} = \frac{b_1 + \overline{B_1B_2}}{b_1}$$

$$\frac{27}{9} = \frac{b_1 + 5}{b_1}$$

$$3 = \frac{b_1 + 5}{b_1} \quad | \cdot b_1$$

$$3b_1 = b_1 + 5 \quad | - b_1$$

$$2b_1 = 5$$

$$b_1 = 2,5 \Rightarrow b_1 = 2,5\text{cm}$$

Strahlensatz X-Figur (s. nebenan):
 Seien $a = 6,5\text{cm}$, $e = 3\text{cm}$ und $f = 12\text{cm}$. Berechne a' !

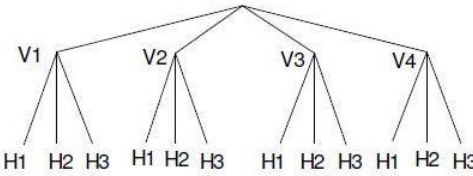
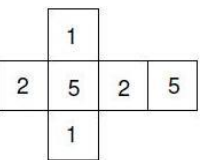
$$\frac{f}{e} = \frac{a'}{a} \Rightarrow a' = \frac{f}{e} \cdot a = 26\text{cm}$$

Lösungen:

1. a) ja	4. A = 153,94 cm ²	9. 3,90 €
b) nein	5. b) $S_x(1\frac{2}{3} 0)$, $S_y(0 2,5)$	10. Preis P = 1,30€/l · n
c) ja	6. a) $y = 2x - 1$	P(45 l) = 58,5 €
d) links: nein, rechts: ja	b) $y = -\frac{1}{3}x + 0,5$	P(60 l) = 78 €
2. z. B. f(-2) = -4	7. $y = -\frac{5}{6}x + 2$	11. Einzelzimmer: 37
3. f(x) = 2x+2	8. a) ja b) nein	Doppelzimmer: 41
		12. 12

13. a) $L = \{ \}$	17. $f(x) = \frac{1}{x+5} - 2$	20. a) $L = \{\frac{1}{4}\}$
b) $L = \{(2 2)\}$	18. a) $\frac{2a^2}{3b^2}$ b) $\frac{x+1}{x}$	b) $L = \{\frac{1}{2}\}$
c) $L = \{(x y) y - 2x = 1,5\}$	19. a) $\frac{1}{a^2}$	21. a) $g = \frac{fb}{b-f}$
14. a) nein	b) $\frac{x+y}{y-x}$	b) $g = 24\text{cm}$
b) ja	c) $\frac{a+b}{ab}$	22. $a = \frac{2A}{h} - c$
15. 2,25 m von außen		

23. a) $14b^{-5} - 21a^{-5}$	g) $1 - x^{-1} + x^{-2} - x^{-3}$	24. a) und d)
b) $-\frac{1}{12}x^{-1}$	h) $-3a^2x^6$	25. b = 5 m
c) $-2x^{-2}$	i) $-3a^6x^3$	26. a) e = 10 cm
d) $6b^3 - 12$	j) $3a^3$	b) f = 27 cm
e) $8x^4 + 4x^3$	k) $x^{-2}y^{-18}$	c) $\overline{B_1B_2} = 10,5\text{cm}$
f) $-\frac{15}{8}a^{-3}$	l) y^2x^{-8}	d) $c_1 = 3\frac{1}{3}\text{cm}$

Standardaufgaben	Grundwissen Wahrscheinlichkeit 5-8	Beispielaufgaben mit Lösung																																										
<p>1. Bestimme die Ergebnismenge folgender Zufallsexperimente:</p> <p>a) Wurf eines Würfels b) Wurf zweier Würfel</p>	<p>Zufallsexperimente sind Experimente, deren Ergebnis zufällig ist. Die Ergebnisse eines Zufallsexperiments fasst man zur Ergebnismenge Ω zusammen. Für die Anzahl der Elemente einer Menge Ω schreibt man Ω („Mächtigkeit der Menge“) Jede Teilmenge von Ω entspricht einem Ereignis. Besondere Ereignisse: $E_1 = \Omega$ „sicheres Ereignis“ $E_2 = \{ \}$ „unmögliches Ereignis“ $E_3 = \{ \omega_i \}$ Elementarereignis mit nur einem Element Das Ereignis E tritt ein, wenn das Ergebnis ω des Experiments ein Element von E ist.</p>	<p>Wurf einer Münze: $\Omega = \{ W, Z \}$, wobei gilt: W:Wappen, Z: Zahl $\Omega = 2$</p> <p>Wurf eines Würfels: A = gerade Zahl = $\{ 2; 4; 6 \}$ B = ungerade Zahl = $\{ 1; 3; 5 \}$ C = Primzahl = $\{ 2; 3; 5 \}$ D = Zahl größer als 3 = $\{ 4; 5; 6 \}$ Würfelt man also eine 4, so sind die Ereignisse A und D eingetreten, aber nicht B und D.</p>																																										
<p>2. Bestimme die relativen Häufigkeiten für folgenden 1000-maligen Wurf eines Würfels: n = 1000</p> <table border="1" data-bbox="76 667 766 810"> <tr> <td>Augenzahl</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>Anzahl der Würfe</td> <td>166</td> <td>165</td> <td>165</td> <td>172</td> <td>168</td> <td>164</td> </tr> <tr> <td>Relative Häufigkeit</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Augenzahl	1	2	3	4	5	6	Anzahl der Würfe	166	165	165	172	168	164	Relative Häufigkeit							<p>Führt man ein Zufallsexperiment n-mal durch und tritt dabei das Ereignis A genau k-mal auf, so heißt $\frac{k}{n}$ die relative Häufigkeit diese Ergebnisses. Je größer n ist, umso weniger schwankt die relative Häufigkeit um einen festen Zahlenwert. Man spricht dabei vom sogenannten Gesetz der großen Zahlen.</p>	<p>n-maliger Wurf eines Würfels: n = 100</p> <table border="1" data-bbox="1482 667 2154 810"> <tr> <td>Augenzahl</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>Anzahl der Würfe</td> <td>17</td> <td>15</td> <td>21</td> <td>20</td> <td>11</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>Relative Häufigkeit</td> <td>17 %</td> <td>15 %</td> <td>21 %</td> <td>20 %</td> <td>11 %</td> <td>16 %</td> </tr> </table>	Augenzahl	1	2	3	4	5	6	Anzahl der Würfe	17	15	21	20	11	16	Relative Häufigkeit	17 %	15 %	21 %	20 %	11 %	16 %
Augenzahl	1	2	3	4	5	6																																						
Anzahl der Würfe	166	165	165	172	168	164																																						
Relative Häufigkeit																																												
Augenzahl	1	2	3	4	5	6																																						
Anzahl der Würfe	17	15	21	20	11	16																																						
Relative Häufigkeit	17 %	15 %	21 %	20 %	11 %	16 %																																						
<p>3. Bestimme, wie viele verschiedene (auch unsinnige) Wörter man mit den Buchstaben des Wortes</p> <p>a) EUROPA b) MUENCHEN c) SOMMERFERIEN schreiben kann.</p> <p>4. Zeichne zur Aufgabe 1b) ein Baumdiagramm!</p>	<p>Mit Baumdiagrammen oder allgemeiner nach dem Zählprinzip lässt sich die Gesamtzahl an Möglichkeiten ermitteln. 5 verschiedene Buchstaben können zu $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$ („5 Fakultät“) = 120 verschiedenen Worten zusammengesetzt werden. Achtung: Die Buchstaben des Wortes SOMMERMONAT können zu $\frac{11!}{2! \cdot 3!} = 3326400$ verschiedenen Wörtern zusammengesetzt werden, da der Buchstabe O 2-mal und der Buchstabe M 3-mal vorkommt.</p>	<p>Ein Restaurant bietet für das Mittagmenü 4 Vorspeisen und 3 Hauptgerichte an.</p>  <p>Es gibt $4 \cdot 3 = 12$ Möglichkeiten für die Zusammenstellung der Speisen, d.h. $\Omega = 12$</p>																																										
<p>5. Petra wirft den Würfel mit dem abgebildeten Netz zweimal. Zeichne ein Baumdiagramm und bestimme die Wahrscheinlichkeiten für</p> <p>A = Mindestens eine 2 B = Augensumme > 4 C = Augendifferenz > 4 D = Keine 5</p> 	<p>Ein Zufallsexperiment heißt Laplace-Experiment, wenn jedes der möglichen Ereignisse gleich wahrscheinlich ist. Bei Laplace-Experimenten gilt für die Wahrscheinlichkeit P(E) eines Ereignisses E:</p> $P(E) = \frac{ E }{ \Omega } = \frac{\text{Anzahl der für E günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$	<p>Eine Laplace-Münze wird 5-mal geworfen. Bestimme die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse. A = Genau 4-mal Wappen B = Mindestens 2-mal Wappen</p> $P(A) = \frac{ A }{ \Omega } = \frac{5}{2^5} = \frac{5}{32} \quad \text{und} \quad P(B) = \frac{ B }{ \Omega } = \frac{26}{2^5} = \frac{26}{32}$																																										