Abiturprüfung 2015

PHYSIK

Arbeitszeit: 180 Minuten

Der Fachausschuss wählt

eine Aufgabe aus der Aufgabengruppe Ph 11
und **eine** aus der Aufgabengruppe Ph 12

oder

eine Aufgabe aus der Aufgabengruppe Ph 11
und **eine** aus der Aufgabengruppe Ph 12-Astrophysik

zur Bearbeitung aus.

Die Angabe ist vom Prüfling mit dem Namen zu versehen und mit abzugeben.

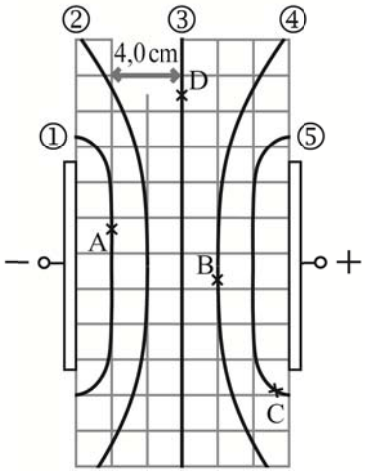
Name: _____

BE

Ph 11 – 1

1. Bestimmung von elektrischen Feldstärken mithilfe einer Potentialsonde

Im elektrischen Feld eines Plattenkondensators wurden die nebenstehend abgebildeten Äquipotentiallinien ① bis ⑤ experimentell ermittelt.



4 a) Zeichnen Sie in die Abbildung die elektrischen Feldlinien durch die Punkte A, B, C und D ein.

Aus dem Versuchsprotokoll sind die mithilfe einer Potentialsonde gemessenen Werte $\varphi_A = 3{,}0$ V und $\varphi_B = 12{,}0$ V des elektrischen Potentials φ in den Punkten A und B bekannt. Für die negativ geladene Kondensatorplatte gilt die Festlegung $\varphi = 0$.

3 b) Geben Sie die Messwerte an, die Sie im Versuchsprotokoll für das Potential φ_C im Punkt C und φ_D im Punkt D sowie für die am Kondensator anliegende Spannung U_0 erwarten.

7 c) Im homogenen Bereich des elektrischen Feldes wird mit x der Abstand eines Punktes von der negativ geladenen Platte bezeichnet. Zeichnen Sie das x-φ-Diagramm. Erläutern Sie anhand des Diagramms, dass alle Quotienten $\frac{\Delta\varphi}{\Delta x}$ mit dem Betrag E_0 der elektrischen Feldstärke des homogenen Feldes übereinstimmen, und berechnen Sie E_0.

4 d) Erläutern Sie, wie unter Einsatz der Potentialsonde der Betrag der elektrischen Feldstärke in einem Punkt des Randfeldes (z. B. Punkt C) näherungsweise bestimmt werden kann. Beachten Sie hierbei, dass das Feld in einer kleinen Umgebung eines solchen Punktes annähernd homogen ist.

2. Der Ringbeschleuniger „Large Hadron Collider“ (LHC)

Vorbeschleunigte Protonen treten mit der Anfangsenergie $E_{min} = 0{,}450$ TeV in den ringförmigen Beschleuniger LHC ein. Im LHC werden die Protonen durch hochfrequente elektrische Felder in der Zeit $\Delta t = 20{,}0$ min weiter auf die Endenergie $E_{max} = 4{,}00$ TeV beschleunigt. Hierbei wird vereinfachend angenommen, dass die Teilchen durch ein homogenes Magnetfeld stets auf der gleichen Kreisbahn mit Radius r = 4,24 km gehalten werden.

8 a) Zeigen Sie, dass für ein Proton mit Anfangsenergie E_{min} der Lorentzfaktor $\gamma = 480$ beträgt, und weisen Sie rechnerisch nach, dass sich ein Proton bereits beim Eintritt in den LHC näherungsweise mit Lichtgeschwindigkeit c bewegt.

ite)

Vereinfachend wird im Folgenden für die Geschwindigkeit der Protonen während der gesamten Zeit Δt die Näherung $v = c$ verwendet.

6 b) Die Flussdichte B des Magnetfeldes steigt in der Zeit Δt vom Wert B_{min} kontinuierlich auf den Wert B_{max} an. Zeigen Sie, dass für die Energie E eines Protons näherungsweise $E = r \cdot e \cdot c \cdot B$ gilt, und berechnen Sie B_{max}.

6 c) Berechnen Sie die Anzahl der Umläufe bis zum Erreichen von E_{max} und die Energie, die einem Proton pro Umlauf durchschnittlich zugeführt wird. Gehen Sie dabei von der vereinfachenden Annahme aus, dass ein Proton Energie, die ihm einmal zugeführt wurde, nicht wieder abgibt. [zur Kontrolle: 263 keV]

Tatsächlich gibt ein kreisendes Proton elektromagnetische Strahlung ab.
Für die Energie E_S der sogenannten Synchrotronstrahlung, die ein Teilchen (Ladung q, Ruheenergie E_0) mit konstant angenommener Energie E während eines Umlaufs abstrahlt, gilt die Beziehung $E_S = \frac{q^2}{3\varepsilon_0 r} \cdot \left(\frac{E}{E_0} \right)^4$.

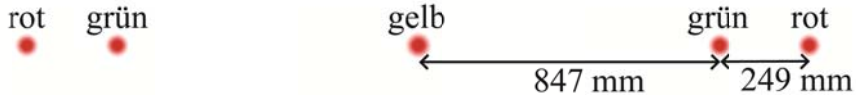
5 d) Berechnen Sie die Energie, die einem Proton mit Endenergie E_{max} pro Umlauf zugeführt werden muss, um die Energieabgabe durch Synchrotronstrahlung auszugleichen. Begründen Sie, ob die in Teilaufgabe 2c getroffene vereinfachende Annahme gerechtfertigt war. [zur Kontrolle: 0,470 keV]

Der Ringtunnel des LHC wurde ursprünglich für einen anderen Beschleuniger, den „Large Elektron Positron Collider“ (LEP), erbaut. Im LEP wurden Elektronen und Positronen bei hoher Energie zur Kollision gebracht.

5 e) Vergleichen Sie quantitativ die beiden Beschleuniger im Hinblick auf die Energieabgabe durch Synchrotronstrahlung. Gehen Sie davon aus, dass die Protonen die gleiche Energie E wie die Elektronen bzw. Positronen haben.

3. Dreifarbiges Interferenzbild

Zur visuellen Untermalung eines Konzerts werden Lichtstrahlen der verschiedensten Farben eingesetzt. Die Spektralanalyse eines bestimmten Lichtstrahls mithilfe eines Gitters ergibt das nachfolgende symmetrische Interferenzbild.



3 a) Begründen Sie anhand des Interferenzbildes, in welcher Farbe der untersuchte Strahl erscheint.

Der Strahl trifft senkrecht auf das Gitter. Der Schirm, auf dem das Interferenzbild zu sehen ist, wurde im Abstand 1,80 m parallel zur Gitterebene aufgestellt.

9 b) Berechnen Sie die Wellenlänge λ_r des roten Lichts, wenn die Wellenlänge des grünen Lichts $\lambda_g = 532$ nm beträgt. Begründen Sie, dass hierbei die Verwendung der Kleinwinkelnäherung nicht sinnvoll ist.

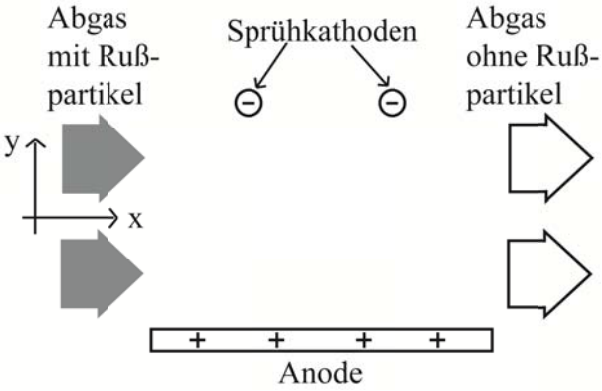
60

BE

Ph 11 – 2

1. Abgasreinigung mit einem Elektrofilter

Mit einem Elektrofilter werden Rußpartikel aus dem Abgas von Kohlekraftwerken entfernt. Nebenstehend ist ein wesentliches Element des Filters im Querschnitt dargestellt. Die negativ geladenen Sprühkathoden sind parallele Drähte, die jeweils den gleichen Abstand zu einer positiv geladenen Platte (Anode) haben.



4 a) Zeichnen Sie in die obige Abbildung das elektrische Feldlinienbild zwischen den Sprühkathoden und der Anode ein.

4 b) Im Abgas sind stets in geringer Zahl freie Elektronen vorhanden. Begründen Sie, warum diese Elektronen in der Nähe der Drähte besonders stark beschleunigt werden. Beschreiben Sie die Folgeprozesse, die dazu führen, dass aus den Nahbereichen der Drähte sehr viele Elektronen herausströmen.

Die von den Kathoden „abgesprühten“ Elektronen bewirken, dass die Rußpartikel negativ geladen und daher von der Anode angezogen werden. Dies hat im Filter einen elektrischen Strom der konstanten Stromstärke 1,2 A zur Folge. Pro Stunde werden aus dem Abgas 10 t Ruß herausgefiltert. Ein Rußpartikel besitzt im Mittel die Masse $7{,}7 \cdot 10^{-15}$ kg und die Ladung q.

5 c) Berechnen Sie die Ladung q. [zur Kontrolle: $q = -3{,}3 \cdot 10^{-15}$ C]

In einem vereinfachten Modell werden die Sprühkathoden durch eine negativ geladene Platte ersetzt, so dass ein Plattenkondensator vorliegt. Ferner tragen alle Rußpartikel bereits die Ladung q, wenn sie in x-Richtung mit der einheitlichen Geschwindigkeit $v_x = 5{,}6$ m/s mit dem Abgas einströmen. Die an den Platten anliegende Spannung beträgt U = 20 kV, der Plattenabstand ist d = 20 cm.

5 d) Zeigen Sie rechnerisch, dass die auf die Rußpartikel wirkende Gravitationskraft im Vergleich zur elektrischen Kraft vernachlässigbar ist.

Um die Bewegung der Rußpartikel zu beschreiben, ist neben der elektrischen Kraft auch eine Reibungskraft zu berücksichtigen.

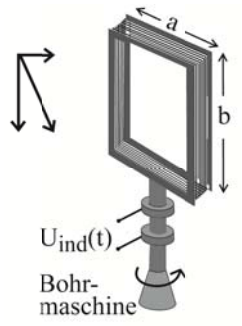
4 e) Begründen Sie, dass die im Abgas mitgeführten Rußpartikel eine Reibungskraft in positive y-Richtung erfahren, jedoch keine in x-Richtung.

3 f) Erklären Sie, dass sich die Rußpartikel nach kurzer Zeit in negativer y-Richtung mit einer konstanten Geschwindigkeit v_y bewegen.

4 g) Berechnen Sie die für eine vollständige Reinigung des Abgases erforderliche Mindestlänge der Kondensatorplatten, wenn $v_y = -0{,}66\,\text{m/s}$ ist.

eite)

2. Rotierende Spule im Erdmagnetfeld



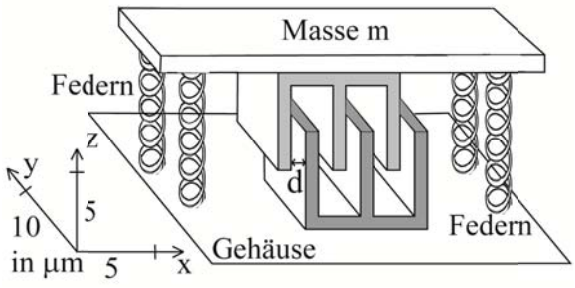
Eine rechteckige Spule mit N Windungen und den Seitenlängen a und b ist auf eine Rotationsachse montiert, die in senkrechter Position in eine Bohrmaschine eingespannt ist. Die Drehzahl, mit der die Spule im Erdmagnetfeld der Flussdichte $B_{Erde} = 49\ \mu T$ rotiert, beträgt 300 Umdrehungen pro Minute. Für den magnetischen Fluss durch die Spule gilt $\Phi(t) = a \cdot b \cdot B_1 \cdot \cos(\omega t)$, wobei ω die Winkelgeschwindigkeit und $\vec{B}_1$ eine Komponente von $\vec{B}_{Erde}$ sind.

5 a) Die magnetischen Feldlinien treten unter einem Winkel von 66° gegenüber der Horizontalen in den Erdboden ein. Beschriften Sie zunächst die entsprechenden Pfeile in obiger Abbildung mit $\vec{B}_{Erde}$ und $\vec{B}_1$ sowie $\vec{B}_2$, der anderen Komponente von $\vec{B}_{Erde}$. Berechnen Sie dann B_1. [zur Kontrolle: $B_1 = 20\ \mu T$]

7 b) Zeigen Sie, dass für den Scheitelwert U_0 der an den Schleifringen messbaren Induktionsspannung $U_{ind}(t)$ die Beziehung $U_0 = N \cdot a \cdot b \cdot B_1 \cdot \omega$ gilt. Zeichnen Sie unter der Annahme, dass dieser Scheitelwert 1,0 mV beträgt, den zeitlichen Verlauf von $U_{ind}(t)$ für t = 0 bis t = 0,40 s.

5 c) Geben Sie sinnvolle Werte für a, b und N an, so dass der in Teilaufgabe 2b gezeichnete Graph von $U_{ind}(t)$ tatsächlich beobachtet werden kann.

3. Kapazitiver Beschleunigungssensor



Beschleunigungssensoren werden z. B. in Smartphones eingesetzt. Das nebenstehende Sensormodell besitzt zwei kammförmige Elektroden mit jeweils drei Stegen, die ineinander greifen, ohne sich zu berühren. Benachbarte Stege stellen im Bereich, in dem sie sich überlappen, einen luftgefüllten Plattenkondensator der Kapazität C mit Plattenabstand d = 1,0 µm dar. Der untere Kamm ist am Gehäuse montiert, der obere an einer Platte (Isolator) der Masse m. Diese ist über vier Federn mit dem Gehäuse verbunden.

5 a) Schätzen Sie anhand der Abbildung die Kapazität C sowie die Gesamtkapazität des Sensors als Summe aller Kapazitäten vom Wert C ab.

5 b) Im Laborexperiment bildet ein Sensor dieser Bauart gemeinsam mit einer Spule der Induktivität L einen elektromagnetischen Schwingkreis. Nun wird das Gehäuse in positive z-Richtung beschleunigt. Erklären Sie, wie sich hierdurch die Anfangsfrequenz der Schwingung verändert.

4 c) Eine Beschleunigung kann erst ab einer Mindestauslenkung des oberen Kamms registriert werden. Geben Sie zwei Veränderungen im Sensoraufbau an, um kleinere Beschleunigungen als bislang messen zu können.

60

BE

Ph 12 – 1

1. Interferenz von Neutronen am makroskopischen Doppelspalt

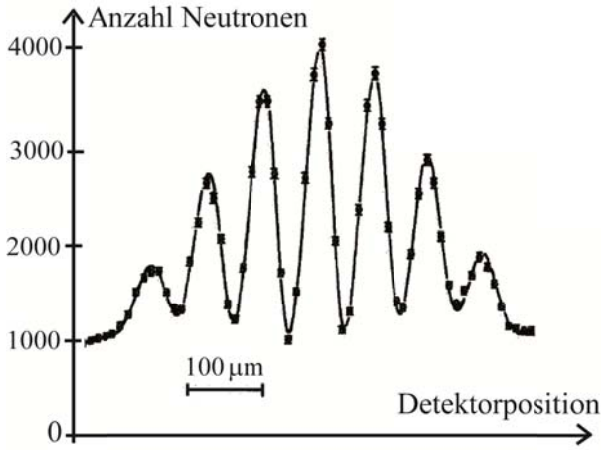
Im Jahr 1994 gelang es den Physikern Gähler und Zeilinger, die Interferenz von Neutronen an einem mit bloßem Auge erkennbaren Doppelspalt zu demonstrieren. Der Doppelspalt besaß den Spaltmittenabstand b = 0,126 mm. Die Beobachtungsebene befand sich im Abstand a = 5,00 m zur Doppelspaltebene; ein Detektor zählte dort in verschiedenen Positionen während eines bestimmten Zeitraums die jeweils einfallenden Neutronen. Bei der Detektion konnten nur Auftreffstellen unterschieden werden, deren Abstand mindestens 10 µm betrug.

6 a) Zeigen Sie rechnerisch, dass bei diesem Experiment das Maximum 1. Ordnung nicht vom Maximum 0. Ordnung hätte unterschieden werden können, falls Neutronen der Geschwindigkeit 2,7 km/s verwendet worden wären.

Um langsamere Neutronen zu erhalten, wurden diese durch Moderation in flüssigem Deuterium auf die mittlere Geschwindigkeit 0,80 km/s abgebremst.

6 b) Betrachten Sie ein Neutron mit Anfangsgeschwindigkeit 2,7 km/s. Nehmen Sie an, dass die kinetische Energie eines Neutrons bei jedem Stoß mit einem Deuterium-Kern um 30 % abnimmt. Berechnen Sie, wie viele Stöße mindestens nötig sind, damit die Neutronengeschwindigkeit unter 0,80 km/s liegt.

Aus den moderierten Neutronen wurden Neutronen ausgefiltert, deren Geschwindigkeiten in einer schmalen Bandbreite um 0,21 km/s lagen. Das Diagramm zeigt das Interferenzmuster bei Verwendung dieser Neutronen.



7 c) Entnehmen Sie dem Diagramm den Abstand der Maxima dritter Ordnung. Bestätigen Sie ausgehend hiervon den angegebenen Geschwindigkeitswert für die ausgefilterten Neutronen.

4 d) Erläutern Sie einen möglichen Grund, weshalb für die Minima im Diagramm eine Neutronenanzahl deutlich über Null vorliegt.

2. Potentialtopf und quantenphysikalisches Modell zum Wasserstoffatom

Betrachtet wird zunächst ein eindimensionaler unendlich hoher Potentialtopf der Breite ℓ. Für das Innere des Topfes ($0 < x < \ell$) ist $E_{pot}(x) = 0$ festgelegt. Die Wellenfunktion $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\ell}} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_n} x\right)$ beschreibt den n-ten Quantenzustand ($n = 1, 2, 3, \ldots$) eines im Topf gebundenen Elektrons. Hierbei bezeichnet λ_n die Wellenlänge des Elektrons.

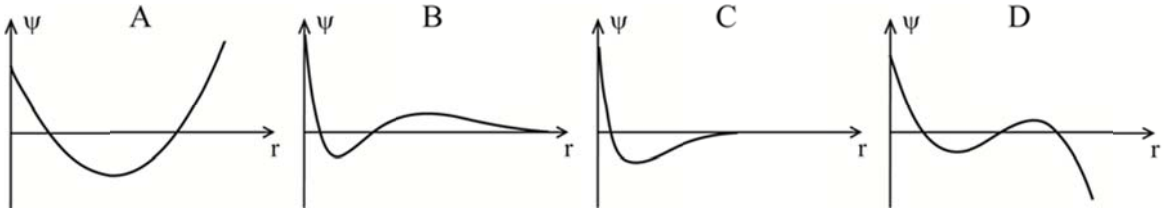
:ite)

4 a) Leiten Sie aus der Randbedingung $\psi_n(\ell) = 0$ eine Beziehung zwischen λ_n und ℓ her. (*Hinweis: sin(n·π) = 0*)

6 b) Beschreiben Sie die quantenphysikalische Bedeutung des Terms $|\psi_n(x)|^2$. Geben Sie ohne Rechnung den Wert des Integrals $\int_0^{\ell} |\psi_n(x)|^2 \, dx$ an und begründen Sie diesen Wert.

11 c) Nehmen Sie an, dass der Grundzustand des Potentialtopfs den Energiewert $E_1 = 1{,}0$ eV besitzt. Stellen Sie die Energieniveaus E_1 bis E_4 des Potentialtopfs zeichnerisch dar. Zeichnen Sie ebenfalls die vier niedrigsten Stufen eines Energieniveauschemas zum Wasserstoffatom. Vergleichen Sie beide Schemata im Hinblick auf das Verhalten der Differenz $E_{n+1} - E_n$ bei zunehmender Quantenzahl n.

4 d) Es werden nun radialsymmetrische Zustände des Wasserstoffatoms und zugehörige Wellenfunktionen in ihrer radialen Abhängigkeit betrachtet. Wählen Sie unter den Diagrammen A bis D den skizzierten Graphen der Wellenfunktion zu n = 2 sowie den zu n = 3 aus und begründen Sie Ihre Entscheidung.



3. Neudatierung des Pekingmenschen

Archäologen fanden in einer Höhle in der Nähe von Peking das Steinwerkzeug eines Urmenschen. Eine Untersuchung dieses Werkzeugs mit der Aluminium-Beryllium-Methode ergab, dass der Pekingmensch vor wesentlich längerer Zeit gelebt haben muss als die bis dahin angenommenen halbe Million Jahre. An der Oberfläche von Steinen entstehen durch die kosmische Strahlung ständig neue Kerne der radioaktiven Isotope ^{26}Al (Halbwertszeit $T_{1/2,\,Al} = 7{,}17 \cdot 10^5$ a) und ^{10}Be ($T_{1/2,\,Be} = 1{,}51 \cdot 10^6$ a). Bei anhaltender Bestrahlung stellt sich ein konstantes Verhältnis $k(t) = \frac{N_{Al}(t)}{N_{Be}(t)}$ der Anzahl der Kerne beider Isotope ein. Für die Umgebung der Höhle geht man davon aus, dass zu Lebzeiten des Pekingmenschen (t = 0) das Verhältnis 6,9 betrug. Bei der Untersuchung ($t = t_H$) erhielten die Archäologen für das gefundene Steinwerkzeug das Verhältnis $k(t_H) = 4{,}72$.

5 a) Das Steinwerkzeug war in der Höhle von der kosmischen Strahlung abgeschirmt. Erklären Sie, warum dies für die Anwendung obiger Methode wesentlich ist und weshalb der Wert von k(t) abgenommen hat.

7 b) Leiten Sie die Beziehung $k(t) = k(0) \cdot e^{(\lambda_{Be} - \lambda_{Al}) \cdot t}$ her und berechnen Sie mit dieser das Alter t_H des Steinwerkzeugs.

60

BE

Ph 12 – 2

1. Photoeffekt

An einer Universität findet am Tag der offenen Tür ein Experimentalvortrag zum Photoeffekt statt. Die Besucher erhalten ein Handout, auf dem folgende Daten zum Versuchsmaterial notiert sind: drei Laser gleicher Strahlungsleistung mit den Wellenlängen 670 nm, 532 nm und 405 nm, drei Photozellen mit Beschriftungen „Cs: W = 2,14 eV“, „Cu: W = 4,48 eV“ und „Pt: W = 5,32 eV“.

4 a) Die Referentin stellt zu Beginn die Frage: „Welchen Laser und welche Photozelle würden Sie aus unserem Versuchsmaterial wählen, damit die Versuchsbedingungen für ein Einsetzen des Photoeffekts am günstigsten sind?“ Beantworten Sie die Frage und begründen Sie Ihre Antwort kurz, ohne eine Rechnung durchzuführen.

Die Referentin verwendet die Cs-Photozelle im Versuchsaufbau.

7 b) Ein Besucher meldet sich zu Wort: „Rufen alle drei Laser bei der Cs-Photozelle einen Photoeffekt hervor?“ Referentin: „Nein, einer der Laser ist hierfür ungeeignet.“ Der Besucher erwidert: „Aber Sie könnten doch mehrere Exemplare dieses Lasers verwenden und damit die Strahlungsleistung ausreichend erhöhen.“ Bestätigen Sie rechnerisch die Antwort der Referentin und erläutern Sie, dass auch dann kein Photoeffekt eintritt, wenn der Vorschlag des Besuchers umgesetzt wird.

Zur Messung des maximalen Photostroms legt die Referentin eine ausreichend große Gleichspannung an die Cs-Photozelle an. Sie demonstriert, dass zwei der drei Laser in etwa den gleichen maximalen Photostrom erzeugen.

4 c) Fertigen Sie eine Skizze des Versuchsaufbaus an.

5 d) Tritt der Photoeffekt ein, so lösen nicht unbedingt alle Photonen Elektronen aus. Die Referentin fragt: „Bei welchem Laser – dem kurzwelligeren oder langwelligeren – ist der Anteil der Photonen, die Elektronen aus der Cs-Kathode auslösen, größer?“ Beantworten Sie diese Frage mit Begründung.

2. Radioisotop mit Halo-Neutron (Universität Mainz, 2008)

Im Jahre 2008 konnte experimentell gezeigt werden, dass eines der Neutronen im Beryllium-Kern ^{11}Be einen ungewöhnlich großen mittleren Abstand von den restlichen Nukleonen besitzt. Der mittlere Abstand r_H des sogenannten Halo-Neutrons zum kompakten ^{10}Be-Rumpfkern beträgt 7 Femtometer.

3 a) Berechnen Sie mithilfe der Näherungsformel aus der Formelsammlung den Radius r_K des ^{10}Be-Rumpfkerns und vergleichen Sie r_K mit dem Abstand r_H.

6 b) ^{11}Be zerfällt in der Regel über einen β^--Zerfall. Geben Sie die zugehörige Zerfallsgleichung an und beschreiben Sie den β^--Zerfall im Quark-Modell.

(Fortsetzung nächste Seite)

8 c) Vergleichen Sie die starke Kraft mit der Coulomb-Kraft bezüglich dreier grundlegender Eigenschaften. Erklären Sie ausgehend hiervon, weshalb Kerne mit einem Halo-Neutron ungewöhnlich sind. Begründen Sie ferner, dass ein Halo-Proton bei gleichem mittleren Abstand zum Rumpfkern noch schwächer an diesen gebunden sein müsste.

3. Technetium-99 in der Strahlendiagnostik

Ein Herstellungsprozess von Technetium-99, einem der bedeutendsten Radiopharmaka, beginnt mit dem Beschuss eines ^{235}U-Kerns mit einem Neutron. Bei einer Spaltung wird neben ^{135}Sn auch ^{99}Mo erzeugt.
Gegebene Atommassen: m(^{135}Sn) = 134,93473 u; m(^{99}Mo) = 98,90771 u

6 a) Stellen Sie die Reaktionsgleichung der beschriebenen Kernspaltung auf. Berechnen Sie die bei dieser Spaltung frei werdende Energie Q.

Das extrahierte ^{99}Mo zerfällt in das Technetium-Isotop ^{99m}Tc (der Buchstabe m kennzeichnet einen angeregten Zustand des Kerns mit vergleichsweise großer Lebensdauer). Nach Kopplung von ^{99m}Tc-Atomen an organische Moleküle und intravenöser Injektion werden diese über den Blutkreislauf ins Gehirn transportiert. ^{99m}Tc emittiert beim Übergang in den stabilen Grundzustand γ-Strahlung der Energie 141 keV. Der Radiologe kann diese γ-Strahlung registrieren und Rückschlüsse auf die Durchblutung des Gehirns ziehen.

4 b) Nach 2,0 Stunden sind von den zu Beginn vorhandenen ^{99m}Tc-Kernen 20,6 % in den Grundzustand übergegangen. Berechnen Sie die Halbwertszeit von ^{99m}Tc mithilfe des Zerfallsgesetzes. [zur Kontrolle: $T_{1/2}$ = 6,0 h]

Technetium wird über die Nieren rasch wieder ausgeschieden. Nach einer biologischen Halbwertszeit von 4,0 Stunden hat die Hälfte des aufgenommenen ^{99m}Tc den Körper wieder verlassen.

5 c) Berechnen Sie den Anteil an ^{99m}Tc-Kernen, der im Körper 12,0 Stunden nach der Injektion noch vorliegt. Hierbei kann modellhaft angenommen werden, dass radioaktiver Zerfall und biologische Ausscheidung von ^{99m}Tc nicht gleichzeitig ablaufen, sondern nacheinander für jeweils 12,0 Stunden.

Einem Patienten der Masse 80 kg werden für eine Untersuchung 2,56 Nanogramm ^{99m}Tc (Atommasse m(^{99m}Tc) = 98,90625 u) verabreicht.

4 d) Zeigen Sie, dass die Anfangsaktivität $5{,}0 \cdot 10^8$ Bq beträgt.

4 e) Der Patient berechnet die Äquivalentdosis H, die er innerhalb von 12,0 Stunden nach der Injektion aufnimmt, wie folgt:

$$H = q \cdot D = 1 \cdot \frac{E}{m} = \frac{141\,\text{keV} \cdot 5{,}0 \cdot 10^8\,\text{Bq} \cdot 12{,}0 \cdot 3600\,\text{s}}{80\,\text{kg}} = 6{,}1\,\text{mSv}\,.$$

Erläutern Sie anhand von zwei Werten in der Rechnung, dass der tatsächliche Wert für die Äquivalentdosis kleiner ist.

60

BE

Ph 12 – Astrophysik 1

1. Das Sternbild Centaurus

Eines der auffälligsten Sternbilder des Südhimmels ist Centaurus. In diesem ist α Centauri der hellste Stern. Er besitzt die scheinbare Helligkeit m = − 0,27 und hat die Entfernung 4,34 Lj. Seine Eigenbewegung μ beträgt 1° pro Jahrtausend.

4 a) Begründen Sie ohne Rechnung mithilfe der Definition der absoluten Helligkeit, warum für α Centauri die absolute Helligkeit einen größeren Wert als die scheinbare Helligkeit hat.

5 b) Berechnen Sie die Leuchtkraft von α Centauri in Vielfachen der Sonnenleuchtkraft.

4 c) Bestimmen Sie die Parallaxe p von α Centauri und vergleichen Sie diese mit seiner Eigenbewegung μ.

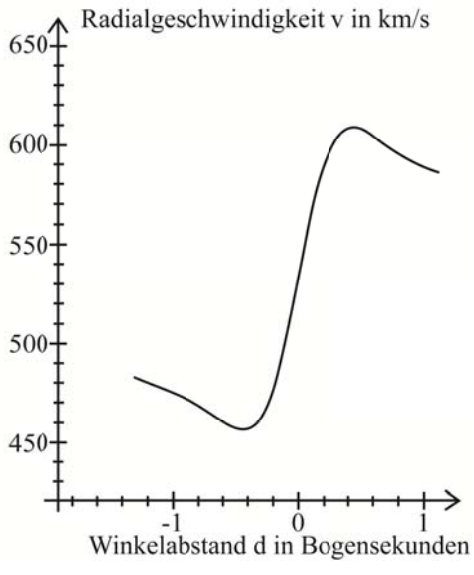
7 d) Erläutern Sie zunächst allgemein, wie sich die parallaktische Bewegung und die Eigenbewegung eines Sterns unterscheiden. Begründen Sie dann, weshalb α Centauri, gerade wegen seiner großen Eigenbewegung, einer der ersten Sterne war, bei dem eine Parallaxenbestimmung versucht wurde.

Im Sternbild Centaurus befindet sich auch das nebelhafte Objekt ω Centauri, das der größte Kugelsternhaufen der Milchstraße ist. ω Centauri besitzt ein Alter von ungefähr 12 Milliarden Jahren.

5 e) Zeichnen Sie eine schematische Seitenansicht der Milchstraße und geben Sie die Größenordnungen der wichtigsten Distanzen an. Tragen Sie auch den Bereich der Kugelsternhaufen ein.

4 f) Schätzen Sie das Alter t_H des Universums mithilfe der Hubble-Konstanten ab und beurteilen Sie kurz das Alter des Kugelsternhaufens ω Centauri im Vergleich zu t_H.

Ein weiteres nebelhaftes Objekt im Sternbild Centaurus ist die Galaxie Centaurus A. Um das Zentrum dieser Galaxie rotiert Wasserstoff. Bei einer spektroskopischen Untersuchung des Innenbereichs der Galaxie konnte die Radialgeschwindigkeit v dieses Gases, mit der es sich aus unserer Sicht entfernt, für verschiedene Winkelabstände d zum galaktischen Zentrum (d = 0) bestimmt werden. Im nebenstehenden Diagramm wird die Abhängigkeit von v und d graphisch dargestellt.



5 g) Die Laborwellenlänge der verwendeten Wasserstofflinie beträgt 1281,4 nm. Diese Linie ist im untersuchten Spektrum abhängig vom Winkelabstand d verschoben. Berechnen Sie die Differenz der registrierten maximalen und minimalen Wellenlänge.

Die Entfernung der Galaxie Centaurus A beträgt $1{,}2 \cdot 10^7$ Lj.

5 h) Zeigen Sie, dass die Geschwindigkeit, mit der sich Centaurus A von uns entfernt, nicht allein auf der Expansion des Universums beruht. Erläutern Sie hierfür einen möglichen Grund.

4 i) Beschreiben Sie eine Methode, mit der die Entfernung von Centaurus A bestimmt werden kann.

2. Die Sonne als Hauptreihenstern und als Roter Riese

Derzeit ist die Sonne ein Hauptreihenstern, der durch Fusion von Wasserstoff Energie freisetzt. Das Hauptreihenstadium der Sonne dauert so lange an, bis die Masse des Wasserstoffs, der bereits fusioniert ist, einen Wert erreicht hat, der 7,5 % der aktuellen Masse der Sonne entspricht. Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass die Sonne aufgrund der Fusion von einem Kilogramm Wasserstoff die Energie $6{,}3 \cdot 10^{14}$ J abstrahlt.

6 a) Berechnen Sie mithilfe der gegebenen Daten den Massenverlust der Sonne während ihres Hauptreihenstadiums und vergleichen Sie diesen mit der derzeitigen Masse der Sonne.

In Milliarden von Jahren wird sich die Sonne zu einem Roten Riesen entwickeln. Modellrechnungen zufolge wird die Erde dann die Sonne in einem mittleren Abstand von 1,5 AE mit einer Umlaufzeit von 2,2 Jahren umrunden. Gehen Sie im Weiteren davon aus, dass die Leuchtkraft der Sonne im Roten-Riesen-Stadium das $2{,}3 \cdot 10^3$-Fache ihrer heutigen Leuchtkraft betragen wird.

5 b) Vergleichen Sie zunächst die obigen Daten zur zukünftigen Erde mit den aktuellen Daten des Mars. Berechnen Sie dann die Masse der Sonne im Roten-Riesen-Stadium in Vielfachen ihrer aktuellen Masse.

6 c) Im Roten-Riesen-Stadium der Sonne wird die Erde ihre Atmosphäre weitestgehend verloren haben. Schätzen Sie für die zukünftige Erde die mittlere Oberflächentemperatur ab. Nehmen Sie hierbei an, dass die zukünftige Erde 75 % der einfallenden Sonnenstrahlung absorbieren, mit ihrer gesamten Oberfläche gleichmäßig abstrahlen und sich im Strahlungsgleichgewicht befinden wird.

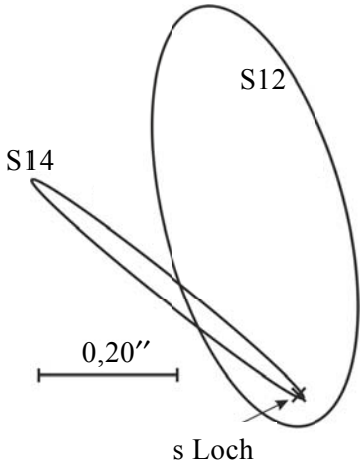
60

BE

Ph 12 – Astrophysik 2

1. Sterne im Zentralbereich der Galaxis

Im Zentrum der Galaxis befindet sich $2{,}77 \cdot 10^4$ Lj von uns entfernt ein Schwarzes Loch. Seit 1992 werden Bahnen von Sternen um das Schwarze Loch vermessen. Nebenstehend sind die elliptischen Bahnen der Sterne S12 und S14 maßstabsgetreu abgebildet. Die Darstellung ist so gewählt, dass die beiden Bahnebenen mit der Zeichenebene übereinstimmen.
Der Stern S14 benötigt 47,3 Jahre für einen Umlauf.
Die numerische Exzentrizität seiner Bahn beträgt 0,96, die große Halbachse der Bahn $a_{S14} = 2{,}1 \cdot 10^3$ AE.



4 a) Die Messungen werden bei Wellenlängen im Infrarotbereich durchgeführt. Geben Sie eine Wellenlänge aus diesem Bereich an und begründen Sie kurz, weshalb für diese Messungen sichtbares Licht nicht verwendet werden kann.

8 b) Bestätigen Sie unter Verwendung obiger Abbildung näherungsweise den Wert für die große Halbachse der S14-Bahn und schätzen Sie ebenfalls mithilfe der Abbildung das Verhältnis der Umlaufzeiten von S12 und S14 ab.

7 c) Berechnen Sie zunächst die Masse M des Schwarzen Lochs in Vielfachen der Sonnenmasse und dann mithilfe gegebener Bahndaten von S14 dessen kleinsten Abstand r_{min} vom Schwarzen Loch.

[zur Kontrolle: $M = 4{,}1 \cdot 10^6\ M_\odot$, $r_{min} = 84$ AE]

Umläuft ein Körper auf einer elliptischen Bahn mit großer Halbachse a und numerischer Exzentrizität ε einen Zentralkörper der Masse M, so hat er am Ort des kleinsten Abstands r_{min} vom Zentralkörper die größte Bahngeschwindigkeit

$$v_{max} = \sqrt{\frac{GM}{r_{min}}(1+\varepsilon)}\,.$$

4 d) Die stark exzentrische Bahn von S14 erinnert an die Bahnen von Kometen in unserem Sonnensystem. Wählen Sie selbst einen Perihelabstand, den typischerweise ein Komet besitzt, und vergleichen Sie dann den Stern S14 mit dem angenommenen Kometen bezüglich der Geschwindigkeit v_{max}. Argumentieren Sie dazu mit der oben gegebenen Formel.

2. Mira - „die Wundersame“

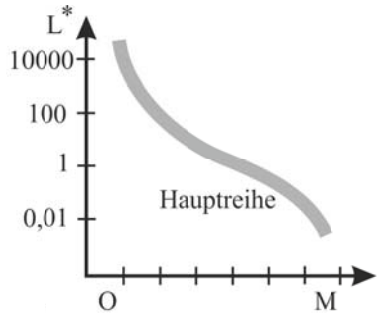
Mira im Sternbild Walfisch erhielt ihren Namen aufgrund ihrer periodischen Helligkeitsschwankungen. Die scheinbare Helligkeit des „wundersamen“ Sterns schwankt im sichtbaren Spektralbereich innerhalb von 11 Monaten zwischen 2 und 10, die relative Leuchtkraft $L^* = L/L_\odot$ insgesamt zwischen 8400 und 9400. Die mittlere Oberflächentemperatur von Mira beträgt $3{,}00 \cdot 10^3$ K.

ite)

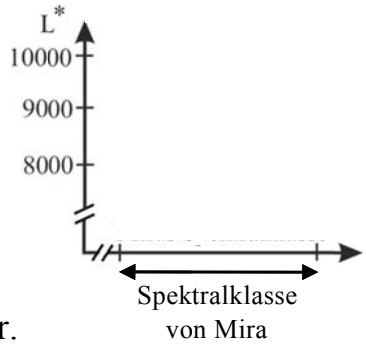
5 a) Der Stern liegt etwa 3° unter dem Himmelsäquator. Begründen Sie, dass zum Zeitpunkt einer Kulmination am klaren Nachthimmel von München (geographische Breite 48°) eine Beobachtung von Mira möglich ist und weshalb hierzu unter Umständen ein Teleskop eingesetzt werden muss.

7 b) Berechnen Sie ausgehend von der mittleren Oberflächentemperatur von Mira ihren Radius bei einer relativen Leuchtkraft $L^* = 9{,}00 \cdot 10^3$ und die Wellenlänge des Strahlungsmaximums. Begründen Sie, dass es sich bei Mira um einen Roten Riesen handelt.

7 c) Übertragen Sie das nebenstehende Hertzsprung-Russell-Diagramm (HRD) vergrößert auf Ihr Blatt, ergänzen Sie die fehlenden Spektralklassen und tragen Sie die Sonne ein. Zeichnen Sie auch Miras Position während des Hauptreihenstadiums sowie ihren Entwicklungsweg vom Hauptreihenstern zum Roten Riesen in das HRD ein, wenn Mira als Hauptreihenstern die Masse 5,0 $M_\odot$ besaß.

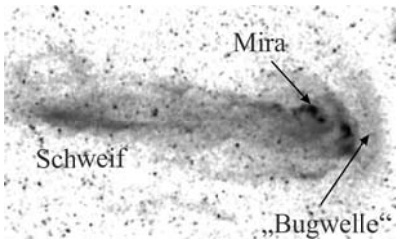


7 d) Mira unterliegt als „Pulsationsveränderliche“ Schwankungen des Radius. Erklären Sie zunächst anhand einer geeigneten Formel, wie es sein kann, dass die Leuchtkraft L von Mira trotz abnehmendem Radius R steigt und trotz zunehmendem Radius R sinkt. Stellen Sie dann die Schwankungen der Zustandsgrößen von Mira im nebenstehenden Ausschnitt des HRD als Strecke näherungsweise dar.



5 e) Mira besitzt als Begleiter den Weißen Zwerg Mira B. Formulieren Sie eine Bedingung dafür, dass es im Mira-System zu einer Supernova vom Typ Ia kommen wird. Begründen Sie, dass der Hauptstern Mira am Ende seiner Entwicklung nicht zur Supernova wird.

Mira bewegt sich in der Galaxis mit hoher Geschwindigkeit durch den dünn mit atomarem Wasserstoff gefüllten Raum. Eine weitere Besonderheit des Sterns ist, dass im UV-Bereich eine „Bugwelle“ sowie ein Schweif beobachtet werden kann.



3 f) Für die Energieniveaus des Wasserstoffatoms gilt: $E_n = -13{,}6\ \text{eV} \cdot \frac{1}{n^2}$

(n = 1, 2, 3,…). Zeigen Sie, dass atomarer Wasserstoff UV-Licht abstrahlen kann. Berücksichtigen Sie hierzu, dass Photonenenergien zwischen 3,26 eV und 12,4 eV im UV-Bereich liegen.

3 g) Stellen Sie eine begründete Vermutung zur Entstehung der Strahlung in der „Bugwelle“ auf.

60